



Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Заключительный этап

Москва, 23-28 марта 2019 г.

Конкурс: 10-11 класс

Первый тур. Решения.

Дата написания	24 марта 2019 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	36
Время написания	180 минут

Задача 1. Ипотека Марфы**(9 баллов)**

Марфа хочет купить квартиру, но сбережений у нее нет — придется брать ипотеку. Банк предлагает такие условия: срок кредита 15 лет, годовая ставка 10 % (сложные проценты), выплата происходит раз в год (в конце года) равными платежами. Если Марфа не будет платить, банк заберет квартиру (но ничего другого банк забрать не может). Политика банка предусматривает два ограничения на ипотечные кредиты:

1. Коэффициент «платеж/доход» должен составлять не более 50 %.
2. Первоначальный взнос должен быть не менее 10 % цены квартиры.

Минимальный первоначальный взнос готовы оплатить Марфины родители (бесплатно для нее). Доход Марфы составляет 100 тыс. руб. в месяц (считайте для простоты, что он не будет меняться до конца выплат по кредиту), часть его она готова ежемесячно откладывать на беспроцентный накопительный счет, чтобы платить по кредиту в конце года.

Выбор квартир на рынке большой, и Марфа хочет взять самую дорогую, какую сможет себе позволить.

- а) (3 балла) Сколько будет стоить квартира? Округлите ответ до целых тысяч руб.
- б) (3 балла) Объясните, почему банки вводят ограничение на коэффициент «платеж/доход»? Приведите одну причину.
- в) (3 балла) Объясните, почему банки вводят ограничение на минимальный первоначальный взнос. Иными словами, почему бы банку просто не выдавать кредит на всю сумму? Приведите одну причину (не такую, как в пункте б)).

Решение

- а) Максимальный платеж равен $100 \cdot 12/2 = 600$.

$$\text{Кредит } B = \frac{600}{1,1} + \frac{600}{1,1^2} + \dots + \frac{600}{1,1^{15}} = \frac{600}{0,1} \left(1 - \frac{1}{1,1^{15}} \right) \approx 4564.$$

$$\text{Цена квартиры } P = B/0,9 \approx 5071.$$

б) Первое ограничение снижает риск дефолта из-за падения дохода. Оно увеличивает разницу между доходом и платежом по ипотеке, поэтому меньше риск, что при падении дохода заемщик не сможет позволить себе продолжать выплаты по ипотеке.

в) Второе ограничение снижает стимулы к стратегическому дефолту. Оно помогает увеличить разницу между ценой дома и размером кредита — меньше риск, что цена упадет ниже баланса по ипотеке (когда цена квартиры оказывается меньше суммы величины долга, у заемщика есть стимул перестать платить ипотеку и отдать квартиру банку: это выгоднее, чем продолжать платить). Помимо этого, первоначальный взнос — сигнал о серьезности намерений заемщика и в рамках условия задачи про Марфу — гарантия того, что заемщик не проживет в квартире год, не неся никаких издержек.

Схема проверки

а) Правильное решение оценивается в 3 балла. Использование месячного дохода (50) вместо годового (600) при правильных рассуждениях штрафуются на 1 балл. Арифметические ошибки штрафуются на 1 балл.

б) Полным баллом оценивается решение, опирающееся на снижение риска при падении дохода или росте постоянных расходов (при этом решение, основанное на росте временных расходов (непредвиденные расходы), не оценивается). Аргумент про то, что при большом отношении платеж/доход человеку не будет хватать денег на товары первой необходимости, не принимается (при очень большом доходе даже небольшой части дохода будет хватать на товары первой необходимости, однако отношение платеж/доход будет учитываться, потому что аргумент про снижение доходов все равно работает). Аргументы про сбережения не принимаются (не факт, что человек будет их делать, когда у него ипотека, он может, к примеру, гасить ипотеку досрочно), аргументы про то, что банк заботится о человеке и не хочет, чтобы он голодал, не принимаются (банк не волнует здоровье и режим питания заемщиков).

в) Полным баллом оцениваются аргументы:

- Стимулы к стратегическому дефолту
- Сигнал о серьезности намерений (что человек уже вложил свои деньги, которые ему в любом случае не вернутся)
- При отсутствии первоначального взноса заемщик имеет возможность бесплатно прожить в квартире год

Корректные, но менее важные аргументы оцениваются меньшим числом баллов:

- 2 балла: первоначальный взнос позволяет банку компенсировать свои транзакционные издержки в случае невыплаты ипотеки

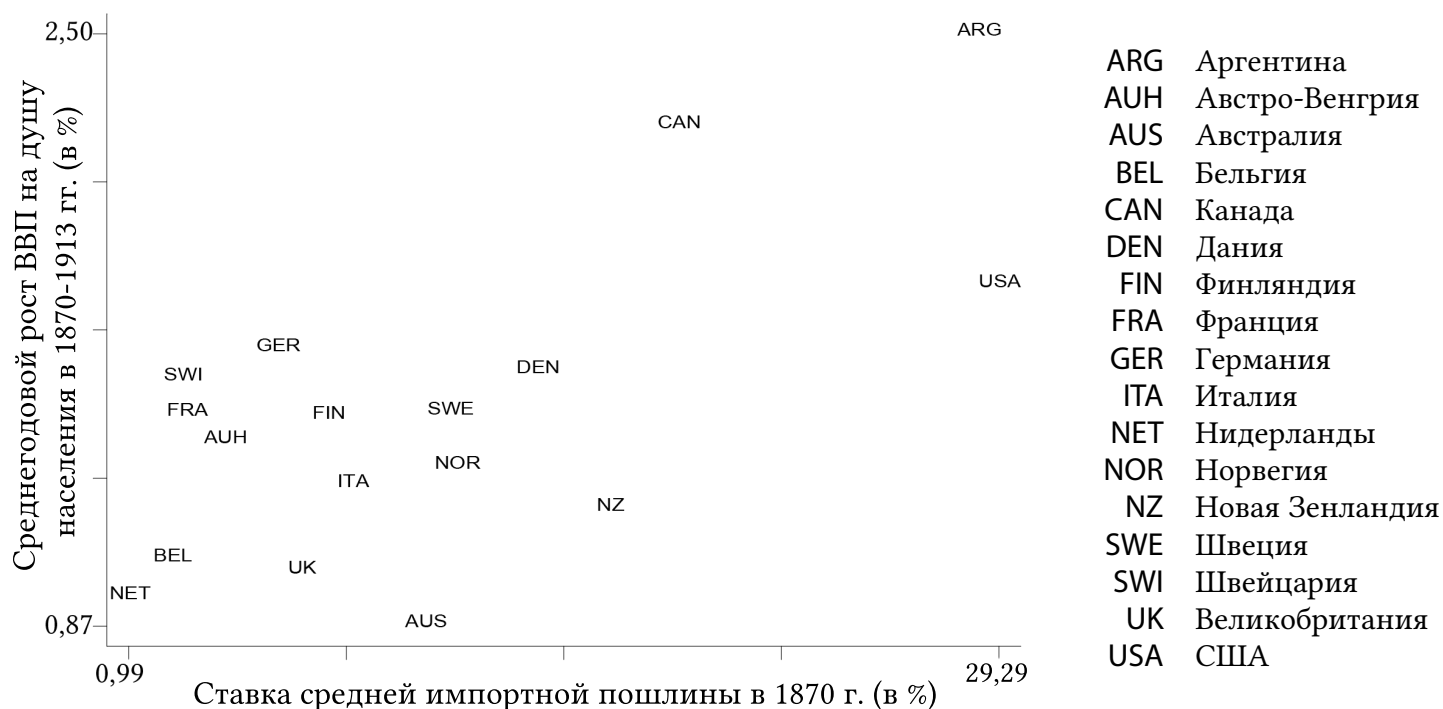
Некорректные рассуждения, сочетающиеся с правильным аргументом, штрафуются на 1-2 балла.

Рассуждения о том, что первоначальный взнос есть сигнал о платежеспособности неверны (как в случае с Марфой: первоначальный взнос ей оплачивают родители, никакой информации о платежеспособности Марфы факт уплаты взноса не несет).

Задача 2. Тарифы и рост

(9 баллов)

Дискуссии о протекционизме и свободной торговле являются порой одними из самых жаростных. Нередко сторонами привлекаются в качестве аргументов исторические данные. Рассмотрите следующий график¹:



Например, из графика видно, что в Аргентине и тарифы (пошлины), и темп роста подушевого ВВП в указанный период времени были высокими, а в Нидерландах — низкими. И вообще, на первый взгляд, чем выше были тарифы, тем в среднем более высокие темпы роста были в стране. Экономисты называют такое явление *положительной корреляцией*. Кажется, что на этом графике между уровнем тарифов и среднегодовым темпом роста была положительная корреляция и из этого можно сделать выводы, актуальные для экономической политики. Однако не всё так однозначно.

а) (2 балла) Объясните, почему из этого графика не следует, что между показателями на самом деле была положительная корреляция.

б) (4 балла) Если положительную корреляцию всё же удастся достоверно установить, сторонник протекционизма с удовольствием сделает вывод, что импортные пошлины положительно влияют на экономический рост. А значит, для ускорения роста государству следует повышать пошлины. Однако, может быть, причинно-следственная связь устроена не так? Приведите альтернативное объяснение положительной корреляции, в котором тарифы не влияют на темпы роста.

в) (3 балла) Какие данные могли бы помочь выяснить, влияют ли тарифы на темпы роста? (Ваш ответ может включать данные, которые на практике получить сложно.)

Решение

а) На графике мы наблюдаем положительную корреляцию между импортными

¹Irwin, Douglas A. "Interpreting The Tariff-Growth Correlation Of The Late 19th Century," *American Economic Review*, 2002, v92(2, May).

тарифами и долгосрочным ростом для данной выборки стран. Можно ли по данной выборке делать выводы о всей генеральной совокупности? Легко видеть, что на графике представлено 17 стран. Мы не знаем, как выглядело бы облако данных, если в выборку добавились бы другие страны мира. Заметный положительный наклон на представленном графике обеспечивается тремя странами (Аргентиной, Канадой и США) – удалив из их выборки, мы получим отсутствие связи. Это заставляет осторожнее относиться к выводу о положительной корреляции между тарифами и ростом. (2 балла)

Кроме того, внимательный участник заметит, что по графику нельзя понять, как изменялись тарифы в период времени, за который представлен усредненный рост – вполне может быть, что они уменьшались. (При наличии только этого довода – 1 балл).

Многие участники использовали попарные сравнения (например, между Германией и Норвегией) для опровержения положительной корреляции. Однако подобные пары можно найти на любом облаке данных, поэтому достаточным аргументом это не является. (Несмотря на четкую положительную взаимосвязь между ростом и весом людей или их образованием и доходом – всегда можно найти пары-контрпримеры).

б) Например, может быть, что не установление высоких тарифов способствовало росту, а наоборот, страны, которые по каким-то причинам росли быстрее, устанавливали более высокие тарифы. Это могло происходить из-за того, при более высоком уровне внутреннего спроса (который наблюдается при более высоких доходах) у отечественных производителей были больше предельные выгоды от лоббирования установления высоких тарифов, что и приводило к росту тарифов. При этом вполне возможно, что это повышение тарифов даже замедляло рост относительно. (4 балла)

Есть и другое объяснение, навести на которое может график. В конце XIX века преимущество в росте получали страны, большие по площади, такие как Аргентина, Канада и США (на графике эти страны действительно демонстрируют более высокие темпы роста, чем другие) – рост шел просто за счет освоения новых земель или инфраструктурных инвестиций. Одновременно большая площадь страны приводила к тому, что собирать нетарифные налоги было сложно. Для пополнения бюджета этим странам приходилось полагаться на торговые пошлины, ведь их собирать было гораздо проще (на границе, в порту). И действительно, эти страны на графике имеют и более высокие тарифы. Таким образом, большая площадь может объяснить, почему быстрый рост в этих странах наблюдался одновременно с высокими тарифами. Конечно же, как и выше, само по себе повышение тарифов вполне могло никак не влиять на рост или даже замедлять его. (4 балла)

Распространенными ошибками в ответах на второй вопрос было использование моделей краткосрочных изменений, замена темпов роста на уровень ВВП – они не оценивались баллами. Кроме того, мотив поддержки отечественных производителей для поддержки роста должен быть как-то специально обоснован, поскольку тарифы, ограничивающие торговлю и конкуренцию, не дают пользоваться конкурентными преимуществами.

в) Следует найти данные, которые помогли бы установить влияние тарифов на

рост, но при этом отсечь альтернативные объяснения, примеры которых приведены в предыдущем пункте. Главная проблема наблюдений в том, что тарифы являются продуктом политических решений и вводятся исходя из разных характеристик стран. Идеальным способом решения подобной проблемы был бы эксперимент: разделить страны (или отрасли) случайным образом на две группы, в одной группе ввести тарифы, в другой – свободную торговлю, после чего сравнить изменения в темпах роста (3 балла).

Можно воспользоваться и неэкспериментальными данными. Например, найти похожие страны, которые отличаются только величиной тарифов, и сравнить их темпы долгосрочного роста. Например, стоит контролировать на уровень развития страны, площадь, уровень технологического развития и т.д. (1 балл, если просто сформулирована эта идея, 3 балла – если приведены характеристики стран, на которые нужно контролировать и почему).

Простое перечисление характеристик стран, без объяснения того, зачем они нужны, не приносило участнику баллов. Идея использовать так называемые временные ряды не позволяет отсеять объяснения с обратной связью, поэтому тоже не приносило баллов.

Больше о том, как можно интерпретировать приведенный в условии график, можно узнать из статьи Дугласа Ирвина «Interpreting the Tariff-Growth Correlation of the Late Nineteenth Century». <https://www.nber.org/papers/w8739>.

Задача 3. Цена и качество**(9 баллов)**

Как известно, регулирование цены монополиста может увеличить общественное благосостояние. Однако низкая цена может снижать стимулы фирмы к производству качественного товара. В этих условиях оптимальная для регулятора цена может быть не такой, как в простейшей модели.

Рассмотрим фирму-монополиста, спрос на продукцию которой описывается уравнением $Q = \alpha(48 - 2P)$, где $\alpha \in [0; 6]$ — качество товара. Если при цене P спрос удовлетворяется полностью, при данной функции спроса излишек потребителя равен $\alpha(24 - P)^2$. Издержки производства задаются уравнением $TC(Q) = 4\alpha Q$. Если фирма безразлична между несколькими оптимальными объемами производства, она выбирает наибольший из них.

а) (3 балла) Докажите, что в отсутствие регулирования оптимальное для монополиста качество товара равно $\alpha^* = 2$ (для этого необязательно использовать производную, но можно и использовать).

б) (3 балла) Допустим, государство устанавливает директивно цену p так, чтобы максимизировать общественное благосостояние, то есть сумму излишка потребителя и прибыли фирмы. При этом государство может следить за тем, чтобы монополист не менял качество товара по сравнению с пунктом а). Объем производства фирма выбирает сама. Найдите оптимальную для государства цену.

в) (3 балла) Допустим, государство не может контролировать качество товара; оно назначает цену, а затем монополист выбирает уровень качества и объем производства. Найдите цену, которую государство должно установить для максимизации общественного благосостояния.

Решение

а) Прибыль фирмы равна $\pi = Q(p)(p - AC) = \alpha(48 - 2p)(p - 4\alpha)$. Промаксимизируем прибыль по цене при фиксированном качестве α : относительно цены функция прибыли квадратичная, ветви параболы направлены вниз, а значит, оптимальная цена соответствует вершине, которая находится посередине между корнями: $p^* = (24 + 4\alpha)/2 = 12 + 2\alpha$. Значит, при данном качестве α максимальная прибыль фирмы равна $\pi(\alpha) = 8\alpha(6 - \alpha)^2$.

Докажем, что функция $\pi(\alpha)$ максимальна при $\alpha = 2$. $\pi(\alpha) = 8\alpha(6 - \alpha)^2 = 4 \cdot 2\alpha(6 - \alpha)(6 - \alpha)$. Заметим, что в силу неравенства о среднем арифметическом и среднем геометрическом $2\alpha(6 - \alpha)(6 - \alpha) \leq \left(\frac{2\alpha + (6 - \alpha) + (6 - \alpha)}{3}\right)^3 = 64$, а значит, $8\alpha(6 - \alpha)^2 \leq 256$. При этом при $\alpha = 2$ верно $8\alpha(6 - \alpha)^2 = 256$. Значит, данная функция действительно максимальна при $\alpha = 2$.

Тот же результат можно получить и с помощью производной: $\pi'(\alpha) = 8((6 - \alpha)^2 - 2(6 - \alpha)\alpha) = 8(6 - \alpha)(6 - 3\alpha)$. Производная равна нулю при $\alpha = 2$ и $\alpha = 6$, но она меняет знак с плюса на минус только при $\alpha = 2$, так что точкой локального максимума является $\alpha = 2$. Поскольку на концах отрезка функция равна нулю, а при $\alpha = 2$ она положительна, в этой точке действительно достигается максимум функции прибыли на отрезке $[0; 6]$.

б) При качестве $\alpha = 2$ функция прибыли фирмы, как функция от цены, имеет вид $\pi(p) = 4(24-p)(p-8)$. При этом если государство назначит цену ниже 8, фирма не будет производить, а если цена будет в точности 8, фирма будет безразлична между всеми объемами $[0; 32]$, и произведет максимальный объем по условию.

Таким образом, общественное благосостояние, как функция от цены, будет иметь вид $W(p) = 2 \cdot (24-p)^2 + 4(24-p)(p-8) = (24-p)(48-2p+4p-32) = (24-p)(16+2p)$ при $p \geq 8$, и $W(p) = 0$ в противном случае. При $p \geq 8$ это квадратичная функция, ветви параболы направлены вниз, вершина находится в точке $p^* = (24 + (-8))/2 = 8$, при этом благосостояние положительно, так что это действительно точка максимума среди всех цен $p \geq 0$.

в) При директивной цене p прибыль фирмы есть $\alpha(48-2p)(p-4\alpha)$. Фирма будет максимизировать эту функцию по качеству $\alpha \in [0; p/4]$. (При более высоком качестве фирма не захочет производить. Поскольку имеет смысл рассматривать только $p < 24$, ограничение $\alpha \leq 6$ выполнено.) Относительно α эта функция квадратичная, ветви параболы направлены вниз. Оптимум находится в вершине $\alpha^* = p/8$.

Общественное благосостояние равно $\alpha(24-p)^2 + \alpha(48-2p)(p-4\alpha)$. Подставляя функцию реакции фирмы $\alpha^* = p/8$ и упрощая, получаем, что благосостояние равно $p/8(24-p)(24-p+2p-8p/8) = 3p(24-p)$. Эта функция квадратичная, ветви параболы направлены вниз, значит оптимальная цена равна 12.

Примечания:

- Мы получили, что оптимальная цена выше в в), чем в б) ($12 > 8$). Этот результат интуитивен: в отсутствие контроля за качеством нужно держать цену более высокой, чтобы у монополиста сохранялись стимулы производить приемлемый по качеству товар.
- В пункте б) мы получили, что оптимальная цена равна предельным издержкам. (Действительно, $MC = 4\alpha^* = 8$.) Подумайте, почему это так.
- В пункте б) мы предполагали, что государство стремится сохранить уровень качества из а). Но если оно может контролировать уровень качества, то, быть может, оно может добиться еще большего уровня благосостояния, регулируя не только цену, но и уровень качества? Можно доказать, что в данной задаче это не так: если бы государство в б) могло произвольно устанавливать уровень качества, оно установило бы тот же уровень качества, что и сама фирма в а). Этот результат является следствием линейности спроса (по цене) и того, что предельные издержки не зависят от объема производства; при нарушении этих условий он уже не верен.

Схема проверки

а) 1. Найдено оптимальное p при фиксированном α или наоборот ($p^*(\alpha) = 12 + 2\alpha$ или $\alpha^*(p) = p/8$) и подставлено в функцию прибыли, либо выписана система уравнений, соответствующих необходимому условию экстремума функции двух переменных (оптимальность по каждой переменной): 1 балл.

2. Показано, что $\alpha^* = 2$ удовлетворяет необходимому условию экстремума: 1 балл.

3. Любым корректным способом показано, что $\alpha^* = 2$ является глобальным мак-

симумом: 1 балл. Тот факт, что функция прибыли имеет максимум по каждому аргументу при фиксированном втором, не является корректным доказательством (контр-пример: функция $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 10xy$ не имеет максимума в $(0, 0)$).

б) По 1 баллу за формулу для благосостояния для каждого из случаев $p \geq 8$, $p < 8$. 1 балл за ее максимизацию. Ответ $P = MC$, хоть и верный, без основания не принимается.

в) Получение функции реакции фирмы $\alpha(p) = p/8$ – 1 балл, получение функции благосостояния только от p (осуществление подстановки и алгебраическое упрощение) – 1 балл, его максимизация – 1 балл.

Задача 4. Торговля квотами**(9 баллов)**

Горный хребет У., как и многие горные системы, богат месторождениями различных металлических руд: под землей находятся залежи руды 15 видов металлов. Соответственно, есть 15 заводов, каждый из которых специализируется на добыче одного вида руды (не такой, как у остальных) и извлечении из нее металла. Свою продукцию (металл) заводы продают по ценам 1, 2, ..., 15 д. е. за тонну, а технология производства у всех них одинакова: для изготовления из любой руды q тонн соответствующего металла необходимо потратить $q^2/4$ д. е. Однако металлургическое производство сопровождается выбросами вредных веществ, которые наносят сильный ущерб экологии: производство тонны любого металла связано с выбросом 0,5 ед. загрязняющих веществ. В связи с этим правительство региона вводит квоты на загрязнение окружающей среды: каждый завод отныне может выбросить не более 3 единиц вредных веществ.

а) (2 балла) На какую величину удастся сократить выбросы вредных веществ после введения квот?

б) (5 баллов) Предположим теперь, что заводы имеют право продавать квоты другим заводам и покупать их у других заводов. Рынок квот на выбросы совершенно конкурентный: заводы взаимодействуют так, как будто ни один из них не имеет влияния на цену квоты, воспринимая ее как заданную. Квоты бесконечно делимы (то есть можно, например, продать или купить квоту на право выбросить 0,08 ед. веществ или любого другого количества). Чему в равновесии будет равна цена квоты на единицу загрязнения? (Обозначьте ее за t .) Чему будут равны выбросы каждого из заводов?

в) (2 балла) Если вы правильно решили предыдущие пункты, то вы получили, что появление рынка эмиссионных квот увеличивает выбросы. При этом организация такого рынка потребовала бы существенных затрат от государства и его участников. Вместе с тем, подобные механизмы иногда создаются (самый известный пример — Киотский протокол). Приведите одно объяснение, почему это происходит.

Решение

а) Прибыли заводов без квотирования:

$$\pi_i(q_i) = iq_i - q_i^2/4.$$

Это квадратичная функции, ветви парабол направлены вниз, вершина $q_i = 2i$. В отсутствие квот суммарные выбросы равны

$$(2 + 4 + \dots + 30)/2 = 1 + 2 + \dots + 15 = 120.$$

Ограничение на выброс вредных веществ означает, что $q_i \leq 3 \cdot 2 = 6$. Получается, что заводы с номерами 1, 2 и 3 смогут произвести свой оптимальный выпуск, а остальным придется сократить его до 6 единиц. В этом случае суммарные выбросы составят

$$(2 + 4 + 6 + 6 \cdot 12)/2 = 42.$$

Получается, что введение квот позволяет сократить выбросы на 78 единиц.

б) Прибыль завода i равна

$$\pi_i(q_i) = iq_i - (q_i^2)/4 + t(3 - q_i/2).$$

Последнее слагаемое — выручка или затраты, связанные с торговлей квотами. Если завод производит менее 6 единиц продукции, то $q_i/2 < 3$, в равновесии завод продаст излишнюю квоту и последнее слагаемое будет положительно. Если, напротив, завод производит более 6 единиц продукции, то $q_i/2 > 3$, заводу нужно докупать квоты и последнее слагаемое отрицательно.

Прибыль — квадратичная функция, ветви параболы направлены вниз, вершина $q_i = 2i - t$. Это будет оптимальный выпуск только для тех заводов, номер которых в равновесии будет больше, чем половина цены квоты; у остальных $q_i = 0$, так как их функции прибыли являются убывающими. Таким образом, для каждого завода спрос на дополнительные квоты будет равен

$$z_i = q_i/2 - 3 = \begin{cases} i - t/2 - 3, & i > t/2; \\ -3, & i \leq t/2. \end{cases}$$

Если эта величина отрицательна, то завод предъявляет предложение квот, а если величина положительна, то завод предъявляет спрос на квоты. В равновесии сумма всех z_i должна равняться нулю, чтобы рынок квот был сбалансирован. Пусть есть m заводов, не производящих ничего и продающих всю квоту в размере 3 ед. (это заводы с номерами $1, \dots, m$), тогда есть $15 - m$ заводов, которые производят ненулевой выпуск (это заводы с номерами $m + 1, \dots, 15$). Значит, на рынке квот

$$-3m + (15 - m)(16 + m)/2 - (15 - m)t/2 - 3(15 - m) = 0.$$

Преобразовав, получим

$$t/2 = \frac{16 + m}{2} - \frac{45}{15 - m}.$$

При этом, чтобы заводы с первого по m -тый производили 0, а остальные — положительный выпуск, в силу выражения для z_i должно выполняться $m \leq t/2 < m + 1$. Подставляя выражение для $t/2$ и решая левое неравенство, получаем $m \leq 6$ (из неравенства $m^2 - 31m + 150 \geq 0$). Решая правое неравенство, получаем $m > 5$ (из неравенства $m^2 - 29m + 120 < 0$). Итак, получаем, что $m \in (5; 6]$. Поскольку m — натуральное число, $m = 6$.

Значит, в равновесии $t = 2m = 12$. Таким образом, первые 6 заводов (номера 1-6) ничего не производят (а продают свои квоты), и их выбросы равны нулю. Выбросы заводов с 7-го по 15-ый равны 1, 2, ..., 9 единиц соответственно. Сумма выбросов равна 45.

в) Плюсы торгуемых квот:

- Стимулы действуют постоянно. Стимулы сокращать выбросы при использовании торгуемых разрешений остаются независимо от уже достигнутого уровня выбросов, в отличие от применения инструмента жестких квот, когда достаточно сократить выбросы до заданного потолка, а дальше сокращать нет смысла.

- **Сокращения распределяются эффективно.** С точки зрения общества важен не только суммарный объем выбросов но и то, как он распределяется между заводами. Нужно, чтобы более ценные для общества блага производились в большем объеме, чем менее ценные. Рынок квот позволяет учитывать информацию об относительной ценности и редкости благ через спрос фирм на квоты.

Схема проверки

а) 2 балла за полностью верное решение. 1 балл за минимальное продвижение в виде максимизации функции прибыли завода. За арифметические ошибки, а также за нахождение изменения выпуска, а не выбросов, ставится 1 балл.

б) 1 балл за функцию прибыли в случае, когда квотами разрешено торговать. 1 балл за нахождение оптимального q или z из этой функции. 1 балл за рассмотрение угловых решений, когда выпуск первых заводов равен 0. 2 балла за верное дальнейшее решение, приводящее к верным ответам. Если в решении была допущена арифметическая ошибка, снимался 1 балл по критерию, где была допущена эта ошибка. Так, если участник находил цену единицы покупаемого объема $t = 6$, а не квот на выбросы, снимался 1 балл за функцию прибыли, а все дальнейшее решение оценивалось в 4 балла.

в) 2 балла за верный экономический аргумент и отсутствие неверных или противоречащих аргументов. 1 балл за наличие верного, но неполного экономического аргумента или за наличие верного экономического аргумента и присутствие неверных рассуждений.