

Учитель и ученики

II тур, 7 задача

Владимир Иванов

Всероссийская олимпиада школьников по экономике, 2015

Три группы персонажей:

- Ученики: $r_s = f(e_s, e_t^+)$
- Учителя: $U_t = f(w^+, r_s^+, e_t^-)$
- Администрация: $U_a = f(w^-, r_s^+, U_t^+)$

Очередность действий:

- Администрация выбирает уровень зарплаты учителей w
- Учителя выбирают уровень усилий e_t
- Ученики выбирают уровень усилий e_s

Игроки знают целевые функции друг друга.

Необходимо найти равновесный уровень усилий для учителей и учеников при:

$$r_s = e_s - \frac{e_s^2}{e_t} \rightarrow \max$$

$$U_t = w \cdot r_s - e_t^2 \rightarrow \max$$

Базовая идея: ученики ходят последними, но учителя знают, как ученики реагируют на их решения, поэтому учитывают эту реакцию в своем выборе (обратная индукция).

Вычисляем функцию реакции учеников, т.е. зависимость e_s от e_t

$$e_s = \frac{e_t}{2}$$

Тогда $U_t = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 \rightarrow \max$

$$e_t = \frac{w}{8} \text{ и, соответственно, } e_s = \frac{w}{16}$$

Вычисляем функцию реакции учеников, т.е. зависимость e_s от e_t

$$e_s = \frac{e_t}{2} \text{ 5 б.}$$

$$\text{Тогда } U_t = w \cdot \frac{e_t}{4} - e_t^2 \rightarrow \max$$

$$e_t = \frac{w}{8} \text{ и, соответственно, } e_s = \frac{w}{16} \text{ 5 б.}$$

Необходимо найти равновесный уровень заработной платы, которую администрация назначит учителям при:

$$U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32} \rightarrow \max,$$

после чего определить равновесные уровни усилий.

Опять обратная индукция: администрация максимизирует свою полезность, принимая во внимание, как на заработную плату будут реагировать учителя, а затем - ученики.

Подставляем в функцию полезности администрации успеваемость учеников и полезность учителей, выраженные через w :

$$U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} + \frac{w^2}{32} - \frac{w^2}{64} - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} - \frac{w^2}{64}$$

Отсюда получаем $w = 1$, $e_t = \frac{1}{8}$, $e_s = \frac{1}{16}$

Подставляем в функцию полезности администрации успеваемость учеников и полезность учителей, выраженные через w :

$$U_a = r_s + U_t - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} + \frac{w^2}{32} - \frac{w^2}{64} - \frac{w^2}{32} = \frac{w}{32} - \frac{w^2}{64} \quad 1 \text{ б.}$$

Отсюда получаем $w = 1$, $e_t = \frac{1}{8}$, $e_s = \frac{1}{16}$ 4 б.

а) Определить равновесные уровни усилий и результаты учеников, если функция полезности учителей не зависит от успехов учеников

$U_t = \frac{w}{64} - e_t^2 \rightarrow \max$, при этом администрация увольняет учителя, если $e_t < 1/16$

б) Определить, при каком уровне зарплаты учителям все равно, учитывать или нет результаты учеников.

$$U_t = \begin{cases} w/64 - e_t^2, & e_t \geq 1/16 \\ 0, & e_t < 1/16 \end{cases}$$

Учителя будут выбирать минимально возможный уровень усилий $e_t = \frac{1}{16}$, тогда $e_s = \frac{1}{32}$, $r_s = \frac{1}{64}$

5 б.

$$U_t = \begin{cases} w/64 - e_t^2, & e_t \geq 1/16 \\ 0, & e_t < 1/16 \end{cases}$$

Учителя будут выбирать минимально возможный уровень усилий $e_t = \frac{1}{16}$, тогда $e_s = \frac{1}{32}$, $r_s = \frac{1}{64}$

5 б.

Полезность учителей зависит от заработной платы следующим образом $U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$

Когда учителя учитывают успехи учеников, их полезность зависит от заработной платы - $U_t = \frac{w^2}{64}$
Одинаковую полезность учителя получают при $w = 1/2$

5 б.

Полезность учителей зависит от заработной платы следующим образом $U_t = \frac{w}{64} - \frac{1}{256}$

Когда учителя учитывают успехи учеников, их полезность зависит от заработной платы - $U_t = \frac{w^2}{64}$
Одинаковую полезность учителя получают при $w = 1/2$

5 б.

Отсутствие выписанной функции усилий учеников в пункте А: **-2 б.**

Отсутствие выписанной функции усилий / результатов учеников в пункте В: **-2 б.**

Арифметические ошибки в вычислении граничной w при правильной постановке задачи в пункте В: **-3 б.**

(!) Верные ответы можно было получить путем неверных рассуждений. В этом случае: **0**. Тем не менее, при этом оценивались последующие пункты.

Отсутствие выписанной функции усилий учеников в пункте А: -2 б.

Отсутствие выписанной функции усилий / результатов учеников в пункте В: -2 б.

Арифметические ошибки в вычислении граничной w при правильной постановке задачи в пункте В: -3 б.

(!) Верные ответы можно было получить путем неверных рассуждений. В этом случае: 0. Тем не менее, при этом оценивались последующие пункты.

Задача 8. Война?!

Всероссийская олимпиада по экономике
Вороново
15 апреля 2015 г.

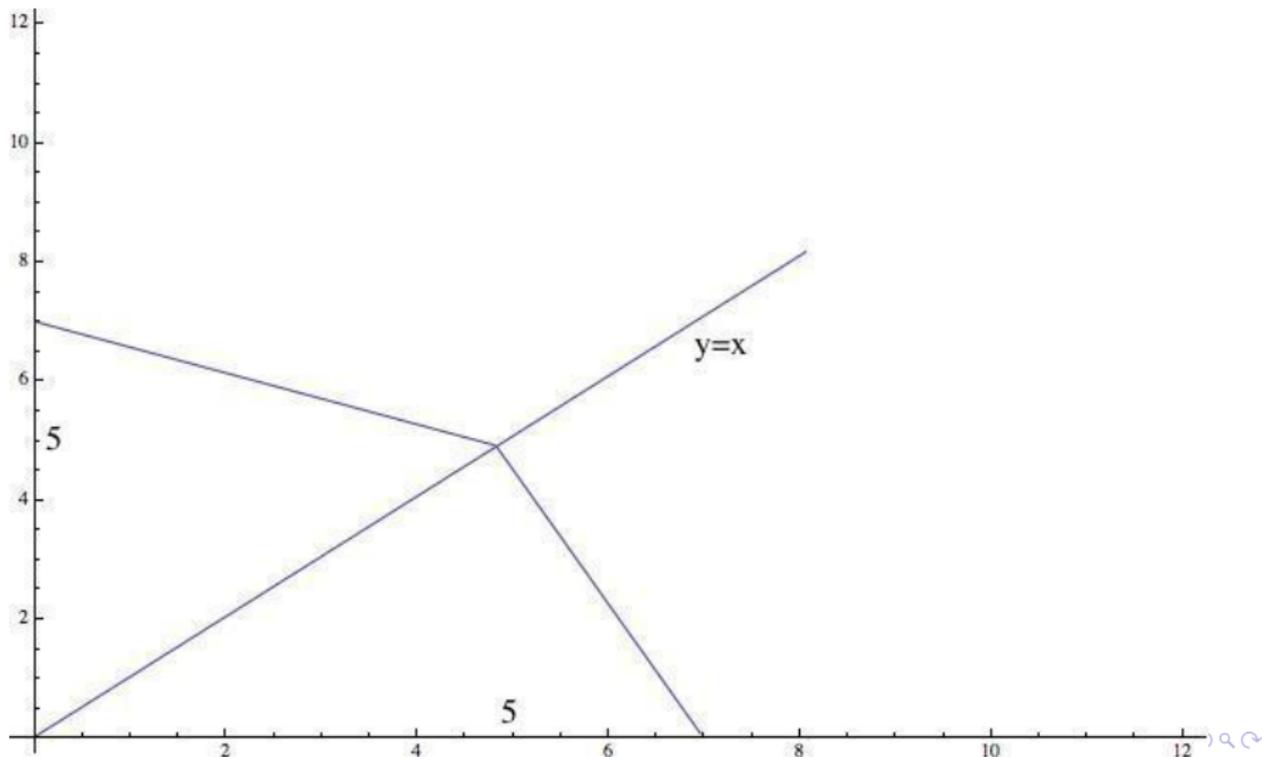
а) H соотечественников $\rightarrow H$ иностранцев

- ▶ При отсутствии войны король Ешьдапей может добиться $B = E = \frac{10}{3}$
- ▶ Общее число человеко-часов ни при какой войне не меняется
- ▶ Если $H = 5$, можно обеспечить $B = E = 5 > \frac{10}{3}$
- ▶ Если $H \neq 5$, то из условия $B = E$ следует, что кто-то работает не по специальности. Поэтому $B = E < 5$

Ответ: $H = 5$.

а) H соотечественников $\rightarrow H$ иностранцев

Графическая иллюстрация



а) Критерии

- ▶ Всего 6 баллов
- ▶ Только правильный ответ \Rightarrow 1 балл
- ▶ Невнятная графическая иллюстрация \Rightarrow -2 балла
- ▶ $10 - H = H$ без пояснений о специализации \Rightarrow -1 или -2 балла в зависимости от убедительности графической иллюстрации

б) H соотечественников $\rightarrow 2H$ иностранцев

Король не сможет обеспечить лучший набор в результате ни от одного из обменов:

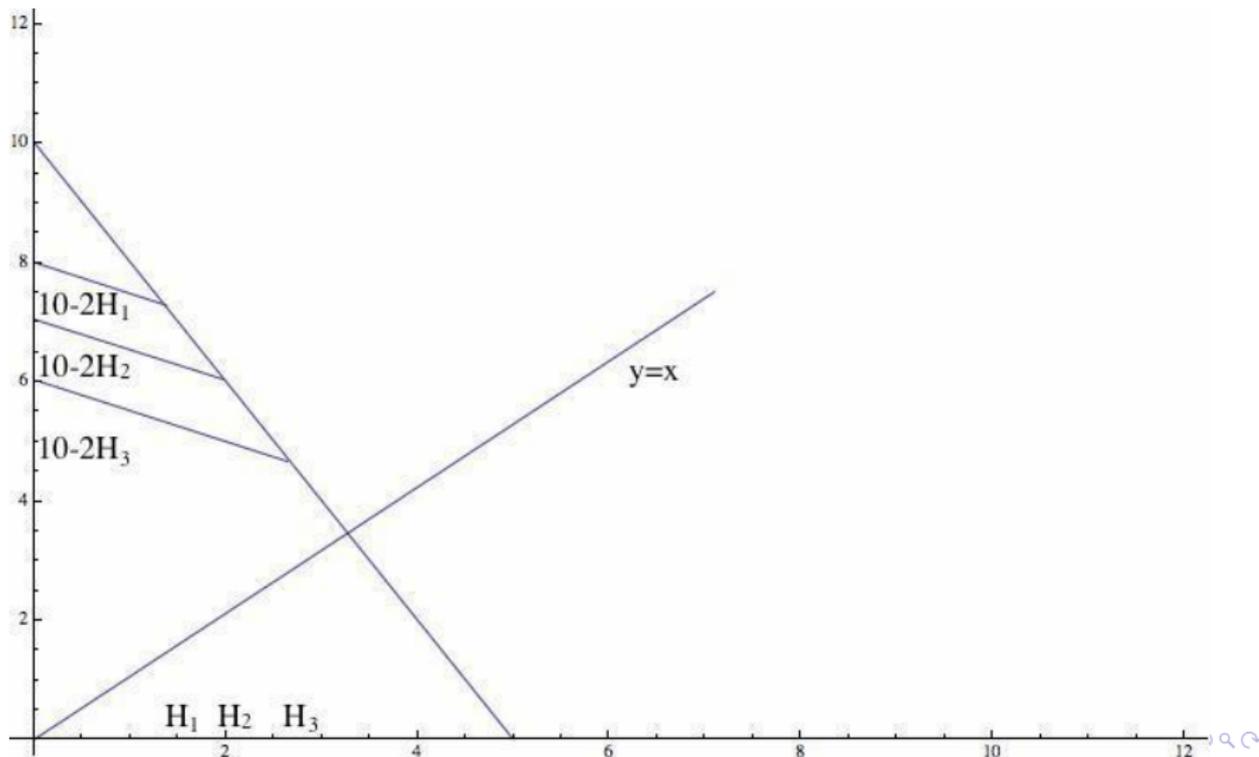
- ▶ H приобретенных иностранцев смогут произвести $E = H$ или $B = 0.5H$
- ▶ $2H$ потерянных соотечественников могли произвести $E = 2H$ или $B = H$

Но при каких-то войнах ему может быть не хуже, чем раньше. А именно, при таких войнах, что он сможет получить $B = E = \frac{10}{3}$. А это, в свою очередь, выполняется при $H \leq \frac{10}{3}$ (то есть пока новых иностранцев не придется задействовать не по их специализации).

Ответ: $H \in [0, \frac{10}{3}]$.

б) N соотечественников $\rightarrow 2N$ иностранцев

Графическая иллюстрация



6) Критерии

- ▶ Всего 6 баллов
- ▶ $10 - 2H = H$ без пояснений о специализации \Rightarrow 0 баллов
- ▶ $10 - 2H = H$ и сделан вывод о том, что можно выбирать $H = 0$ или $H = \frac{10}{3} \Rightarrow$ 1 балл
- ▶ Доказано, что стать лучше в результате войны не может, но при этом указаны не все решения \Rightarrow 5 баллов
- ▶ Только правильный ответ \Rightarrow 1 балл
- ▶ Невнятная графическая иллюстрация \Rightarrow -2 балла

в) H соотечественников $\rightarrow H^2$ иностранцев

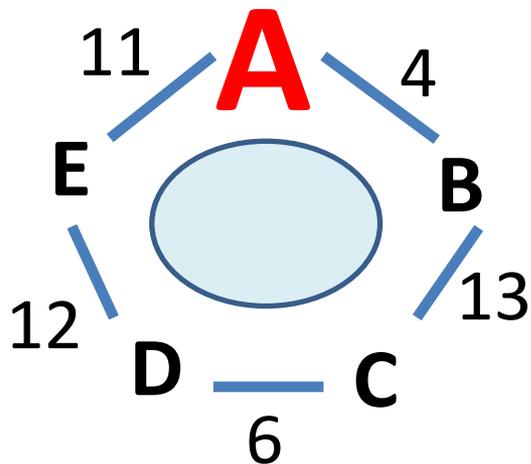
- ▶ Если $H > 2$, то, аналогично пункту б), король точно не будет воевать. Пусть далее $H \leq 2$
- ▶ Первоначально $\frac{10}{3}$ работали на производстве E , $\frac{20}{3}$ работали на производстве B
- ▶ Зафиксируем E . Если захватим H земель, то потеряем в вине $-\frac{H^2}{2}$, а приобретем H .
- ▶ Максимизируем $-\frac{H^2}{2} + H$ по $H \Rightarrow H = 1 \Rightarrow$ среди $H \in [0, 2]$ оптимальным вариантом является $H = 1$.

Ответ: $H = 1$.

Задача №9.

Дороги и ...





Q	1	2	3	4
ГОРОДА	B	E B	B C D	E B D C
ТС	400	1500	2300	3300
прибыль	P-400	2P-1500	3P-2300	4P-3300

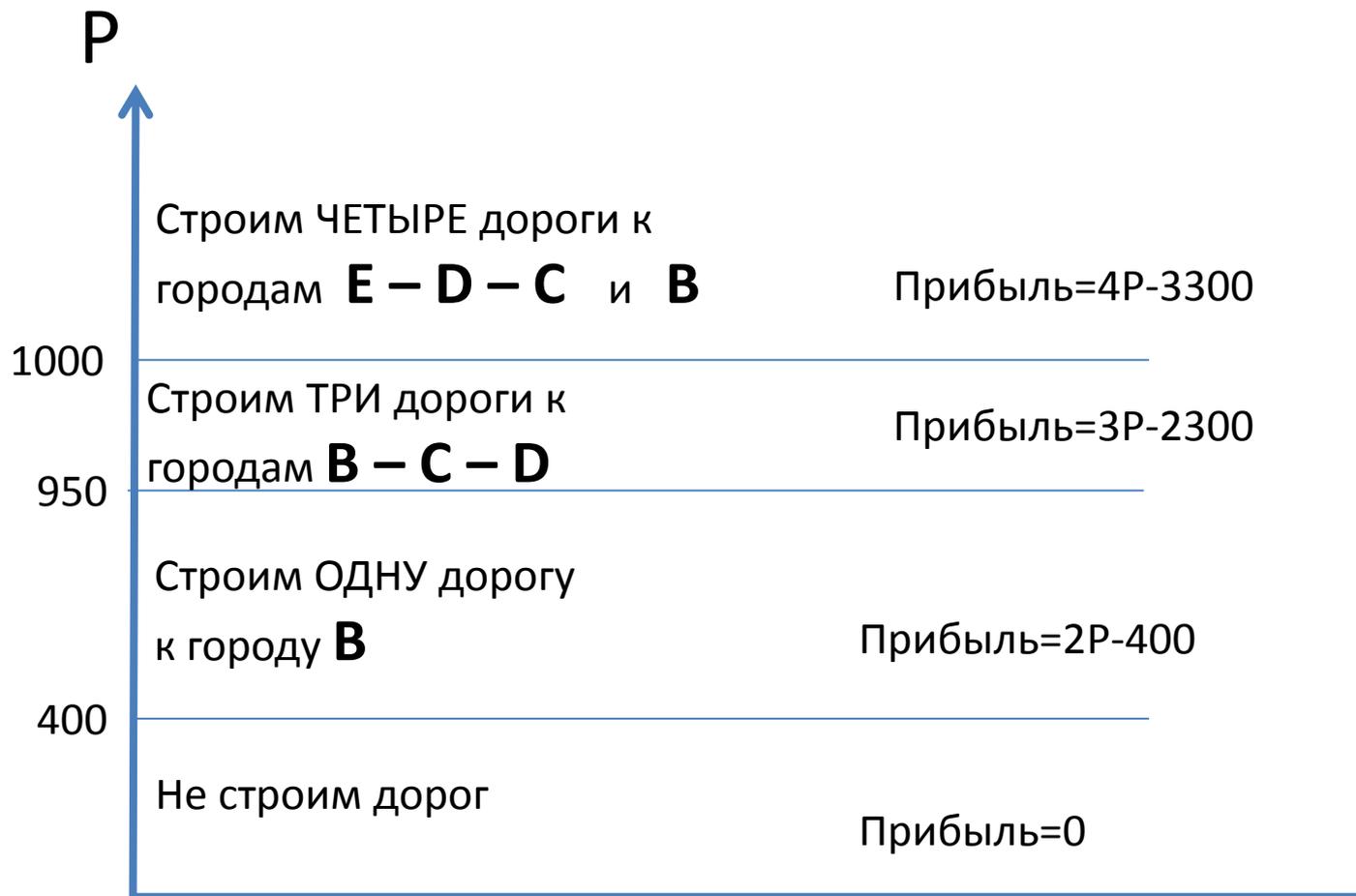
При каких ценах мы строить не будем?

При каких ценах мы будем строить ОДНУ дорогу?

При каких ценах мы будем строить ДВЕ дороги?

При каких ценах мы будем строить ТРИ дороги?

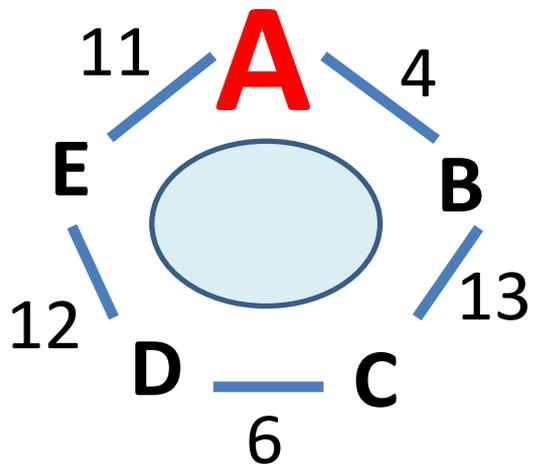
При каких ценах мы будем строить ЧЕТЫРЕ дороги?



Ни при каких ценах строить **ТОЛЬКО ДВЕ** дороги невыгодно !

Чего мы от вас ждали

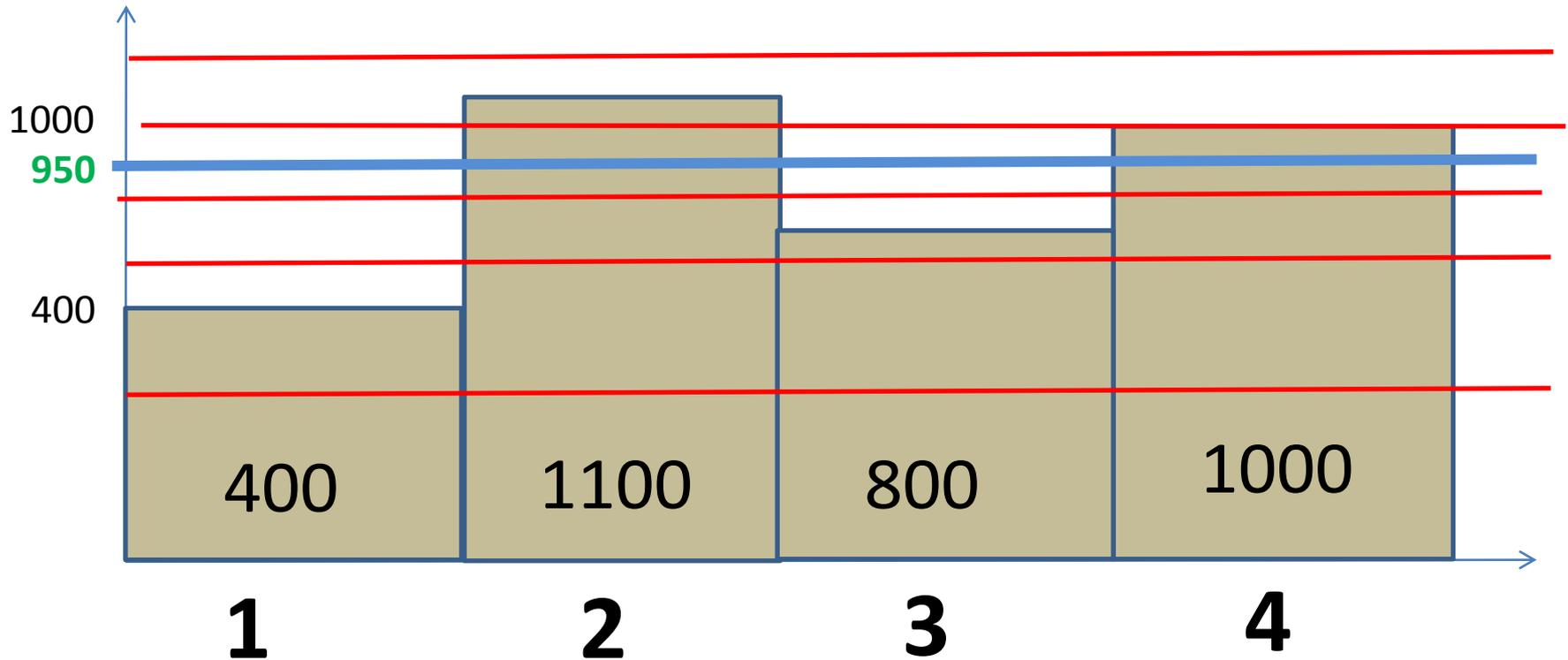
Фирма принимает решение о производстве,
если $P > MC$



Q	1	2	3	4
Г О Р О Д А	B	E B	B C D	E B D C
ТС	400	1500	2300	3300
прибыль	P-400	2P-1500	3P-2300	4P-3300
МС	400	1100	800	1000

Чего мы от вас ждали

Фирма принимает решение о производстве, если $P > MC$



Критерии

- А) Указано для каждого интервала значений P , какие города соединены со столицей (с понятным содержательным **ОБОСНОВАНИЕМ**) – **до 20 баллов**.

в том числе до 5 баллов за расчет минимальных издержек, фирмы «Дорстрой» при строительстве дороги до одного, двух, трех и четырех городов.

- Б) Указаны функции прибыли фирмы для каждого интервала значений P – **до 5 баллов**.

Спасибо за внимание

Задача 10. Ожидания

Пункт (а): совокупное предложение

Прибыль i -ой фирмы: $PR = P * 2\sqrt{L_i} - wL_i$

$$\sqrt{L_i} = \frac{P}{W}$$

Выпуск i -ой фирмы: $Y_i = 2\sqrt{L_i} = 2\frac{P}{W}$

Совокупное предложение: $Y = 100Y_i = 200\frac{P}{W}$

$$w = 2$$

$$Y = 100P$$

3 балла

Пункт (а): равновесие

Совокупное предложение: $Y = 100P$

Совокупный спрос: $Y = 40 + 1,2 * \frac{50}{P}$

$$P = 1, \quad Y = 100$$

4 балла

Пункт (б)

Совокупное предложение: $Y = 100P$

Совокупный спрос:

$$Y = 40 + 1,2 * \frac{50 * 1,6}{P}$$

$$P = 1,2, \quad Y = 120$$

Уровень цен, и выпуск выросли на 20%.

7 баллов

Пункт (в)

Совокупное предложение: $Y = 200 \frac{P}{W}$

Выпуск определяется реальной зарплатой.

Реальная зарплата такая же, как в пункте (а) \Rightarrow

Выпуск такой же, как в пункте (а) $\Rightarrow Y = 100$

Пункт (в)

Совокупное предложение: $Y = 200 \frac{P}{W}$

Выпуск определяется реальной зарплатой.

Реальная зарплата такая же, как в пункте (а) \Rightarrow

Выпуск такой же, как в пункте (а) $\Rightarrow Y = 100$

Совокупный спрос:

$$40 + 1,2 * \frac{50 * 1,6}{P} = 100 \Rightarrow P = 1,6$$

$$w = 2 * 1,6 = 3,2$$

7 баллов

Пункт (г)

- В пункте (б), в случае неожиданной политики, выпуск **вырос**
- В пункте (в), в случае ожидаемой политики, выпуск **не изменился**
- Следовательно, с точки зрения стимулирования выпуска **более эффективна неожиданная политика**

4 балла

Задача 11

Государственный долг

Вопрос а)

Приведите аргументы в пользу того, почему оплата долгов может быть лучше для экономики, чем отказ от обязательств?

Возможные варианты ответов

- Потеря доверия приводит к невозможности получения кредита в будущем
- Сохранение доверия приводит к сохранению инвестиций, что позволяет развиваться в будущем
- Падает политический вес
- Ответные санкции
- Дефолт, уменьшение богатства, снижение потребления, сокращение совокупного спроса, падение ВВП
- Социальная напряженность

Вопрос б)

Предположим, что официальный отказ от выплаты долга больше не рассматривается. Опишите три различных возможных способа погашения военного долга (более трех способов приводить не стоит – в этом случае будут рассмотрены только первые три).

Возможные варианты ответов

- Внутренний и внешний займы
- Эмиссия денежных средств
- Меры сдерживающей фискальной политики
- Продажа (аренда) территорий
- Продажа золото-валютных резервов
- Продажа государственной собственности

Вопрос в)

Чем одноразовый налог на имущество богатых может быть лучше, чем увеличение подоходного налога для той же группы населения?

Возможные варианты ответов

- Единоразовый налог на имущество меньше меняет поведение, а подоходный постоянно (уклонение, снижение стимулов к работе).
- Подоходный подрывает стимулы к экономической активности, падает ВВП, сокращаются налоговые сборы. Налог на имущество – сложно скрыть имущество.

Вопрос г)

Почему объявление о планах по введению единовременного налога на имущество могло вызвать падение национальной валюты?

Возможные варианты ответов

- Отток капитала за рубеж, рост предложения кроны и рост спроса на иностранную валюту, в результате – падение валютного курса кроны

Критерии оценки

- Максимальный балл за задачу – 25 баллов
- Вопрос а) 6 баллов (3 ответа по 2 балла)
- Вопрос б) 6 баллов (3 ответа по 2 балла)
- Вопрос в) 6 баллов
- Вопрос г) 7 баллов

Штрафы

- Вопрос б)
 - Маловероятные варианты погашения долга (-1 балл)
- Вопрос в)
 - Описание только одного налога (-3 балла)
 - Указание на скорость (-4 балла)
- Вопрос г)
 - Отсутствие логической цепочки (-3 балла)

Ошибки

- Выплата долга приводит к росту денежной массы.
- Во время войны доходы упали, а имущество сохранилось.
- В долгосрочном периоде влияние подоходного налога на ВВП больше, чем единовременного.
- При введении подоходного налога потери общественного благосостояния есть, а при единовременном налоге – нет.

Задача 12

**«Бесплатные услуги: оплата проезда и
медицинское страхование»**

15 апреля 2015 г., Московская область

(А)

Почему компаний предоставляют социальный пакет работникам, причем не в денежной форме?

Примеры: медицинский полис, транспорт от дома до работы и обратно

(А)

Почему компаний предоставляют социальный пакет работникам, причем не в денежной форме?

Примеры: медицинский полис, транспорт от дома до работы и обратно

- Асимметрия информации: в случае выплат в денежной форме возможно использование средств не на медицинское обслуживание

Работодатель стимулирует работников обращаться ко врачам

Нематериальная компенсация повышает лояльность работника

- Наличие транспорта способствует своевременному прибытию работника на работу

(А)

Почему компаний предоставляют социальный пакет работникам, причем не в денежной форме?

Примеры: медицинский полис, транспорт от дома до работы и обратно

- Асимметрия информации: в случае выплат в денежной форме возможно использование средств не на медицинское обслуживание

Работодатель стимулирует работников обращаться ко врачам

Нематериальная компенсация повышает лояльность работника

- Наличие транспорта способствует своевременному прибытию работника на работу

Критерии оценки:

- Приведено одно объяснение: 4 балла
- Нет ссылки на последствия асимметрии информации: 1 из 4 баллов
- Приведены оба объяснения: 9 баллов

(Б)

Бесплатный общественный транспорт: «за» и «против»

Agenda: Corporate clients need
how for financial position of bank

«ЗА»

- Люди захотят пересесть с частных автомобилей на общественный транспорт, снижается объем вредных выбросов в атмосферу, снижение нагрузки на дорожную сеть
- Экономия издержек на организацию контроля оплаты проезда
- Популяризация экологичного транспорта

«ЗА»

- Люди захотят пересесть с частных автомобилей на общественный транспорт, снижается объем вредных выбросов в атмосферу, снижение нагрузки на дорожную сеть
- Экономия издержек на организацию контроля оплаты проезда
- Популяризация экологичного транспорта

Критерии оценки: максимум 8 баллов, по 4 за одно объяснение

«ЗА»

- Люди захотят пересесть с частных автомобилей на общественный транспорт, снижается объем вредных выбросов в атмосферу, снижение нагрузки на дорожную сеть
- Экономия издержек на организацию контроля оплаты проезда
- Популяризация экологичного транспорта

Критерии оценки: максимум 8 баллов, по 4 за одно объяснение

«ПРОТИВ»

- Недостаточно развита дорожная сеть, плохо продуманы маршруты
- Расходы на реализацию инициативы, выбытие доходов от продажи билетов
- Негодование населения, которое не пользуется общественным транспортом
- Негодование коммерческих перевозчиков из-а снижения доходов

«ЗА»

- Люди захотят пересесть с частных автомобилей на общественный транспорт, снижается объем вредных выбросов в атмосферу, снижение нагрузки на дорожную сеть
- Экономия издержек на организацию контроля оплаты проезда
- Популяризация экологичного транспорта

Критерии оценки: максимум 8 баллов, по 4 за одно объяснение

«ПРОТИВ»

- Недостаточно развита дорожная сеть, плохо продуманы маршруты
- Расходы на реализацию инициативы, выбытие доходов от продажи билетов
- Негодование населения, которое не пользуется общественным транспортом
- Негодование коммерческих перевозчиков из-а снижения доходов

Критерии оценки: максимум 8 баллов, по 4 за одно объяснение