

**XXX Международный экономический фестиваль школьников
«Сибиряда. Шаг в мечту»
Олимпиада по экономике для учащихся 9-10-х классов 1.03.2023
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
Каждая задача оценивается из 20 баллов**

Задача 1. «Простые» и «непростые» орешки

В сказочной стране царя Салтана производством двух уникальных продуктов – «простых» и «непростых» орешков – занимается единственная фирма «Елочка», в которой работает всего 4 работника.

Производить эти орешки можно по технологии А: один любой работник может произвести максимум 100 «простых» или 30 «непростых» орешка за неделю. По технологии Б: двое любых работников, работая вместе, могут произвести максимум 200 «простых» или 80 «непростых» орешков за неделю. По технологии В нужны трое любых работников, которые вместе могут произвести максимум 300 «простых» или 150 «непростых» орешков за неделю. Технологии линейные и могут комбинироваться как угодно в рамках ограничений по работникам. Производимое число орешков – целое число!

Пояснение: дробного числа работников не может быть. Если работники начали работать по одной технологии, то они работают по ней всю неделю – ситуация, когда работник часть недели на одной технологии, а потом переключился на другую – невозможна!

А) Запишите уравнение и нарисуйте график кривой производственных возможностей фирмы «Елочка» (на графике должны быть указаны координаты всех граничных точек и точек перелома, если они есть).

Б) Фирма «Елочка» фасует свои орешки в пакетики, содержащие 3 «простых» и 1 «непростой» орешек – так любят жители страны царя Салтана. Сколько пакетиков с орешками сможет сделать фирма и сколько орешков каждого вида при этом будет производиться и по каким технологиям?

В) За морем за Окияном расположилась страна князя Гвидона, и ее жители также любят «простые» и «непростые» орешки, которые производит единственная фирма «Белочка». 4 работника этой фирмы работают все вместе по уникальной технологии У. По этой технологии производят максимум 300 «простых» или 600 «непростых» орешков. Технология линейная, но производимое число орешков – также целое.

Фирма «Белочка» также фасует орешки в пакетики, но в пропорции: 1 «простой» и 2 «непростых» – как любят жители страны князя Гвидона. Сколько пакетиков с орешками сможет сделать фирма и сколько орешков каждого вида при этом будет производиться?

Г) Представители «Елочки» вместе со своим царем Салтаном наконец посетили князя Гвидона и познакомились с технологией производства орешков «Белочкой», а также поделились знаниями о всех своих технологиях. Определите, какими будут максимальные возможности фирм по производству орешков с учетом доступности новых технологий и запишите уравнение соответствующей линии, нарисуйте ее график. Сколько орешков и по какой технологии (каким технологиям) будет теперь производиться в каждой стране? *Помним, что производится только целое число орешков!*

Решение:

А) Получается всего 4 варианта комбинации технологий в стране Салтана:

- 1) каждый из 4 работников – по технологии А;
- 2) двое по технологии А, двое одной группой по технологии Б;
- 3) двумя группами по технологии Б;
- 4) один по технологии А и трое группой по технологии В.

Максимальные объемы производства

Вариант	«простые» орешки, x	«непростые» орешки, y	Точки перелома, (x;y)
4 А	400	120	нет
2 А + 1 Б	400	140	(200; 80)
2 Б	400	160	нет
1 А + 1 В	400	180	(100; 150)

Можно рассуждать таким путем: построить КПВ по всем вариантам, и выбрать ту, которая будет располагаться выше – т.е. обеспечивать большее производство при тех же самых ресурсах (4 работника):

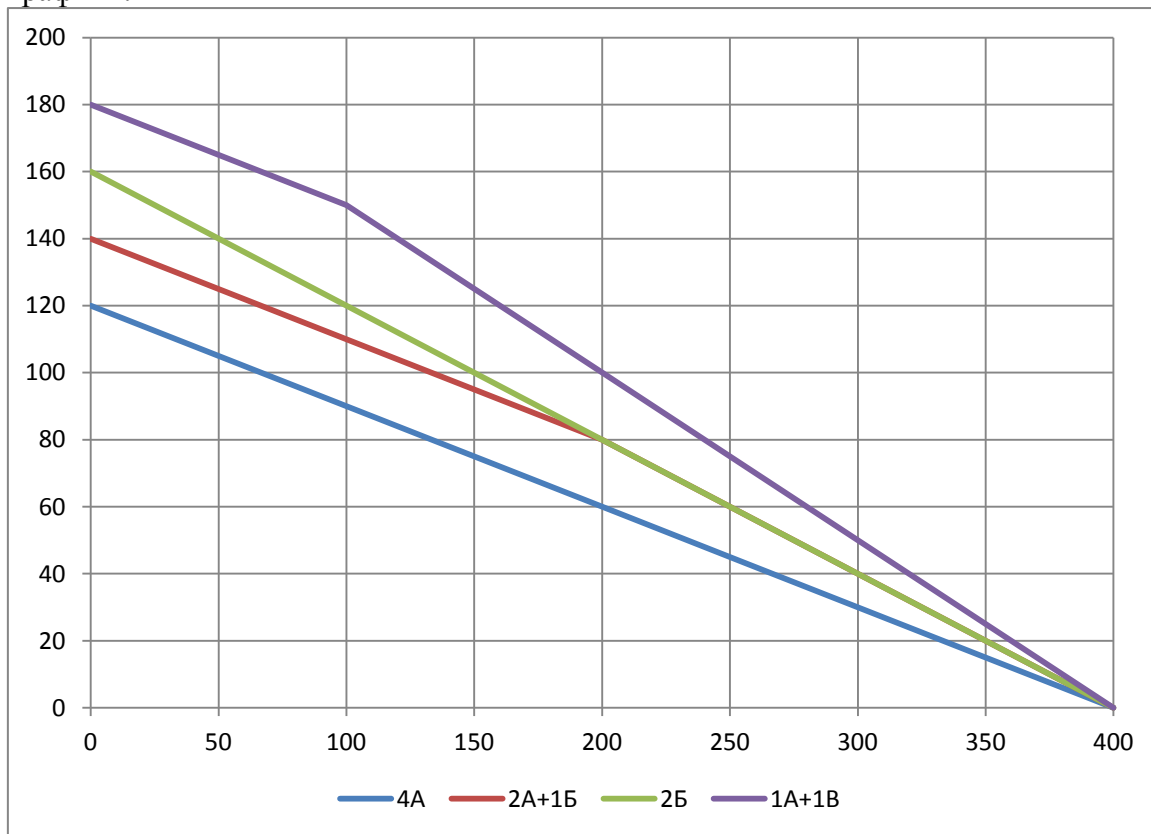
КПВ варианта 1: $y = 120 - 0,3x$

КПВ варианта 2: $y = 140 - 0,3x$ для $0 \leq x \leq 200$
 $160 - 0,4x$ для $200 \leq x \leq 400$

КПВ варианта 3: $y = 160 - 0,4x$

КПВ варианта 4: $y = 180 - 0,3x$ для $0 \leq x \leq 100$
 $200 - 0,5x$ для $100 \leq x \leq 400$

Графики:



Таким образом, итоговое КПВ – по последнему варианту:

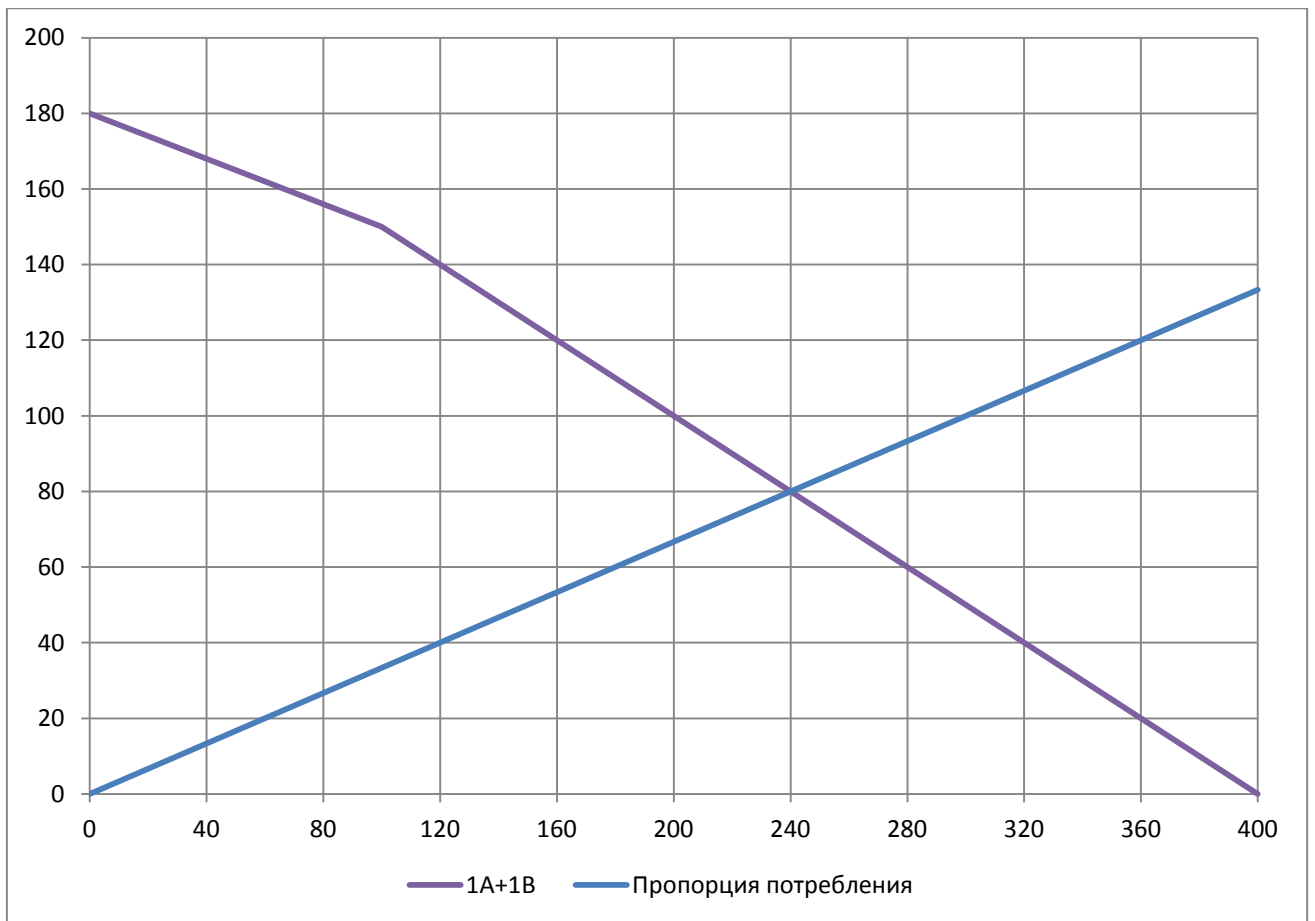
$y = 180 - 0,3x$ для $0 \leq x < 100$

$200 - 0,5x$ для $100 \leq x \leq 400$

Узловые точки (простые; непростые) = (x, y): (400; 0), (100; 150), (0; 180)

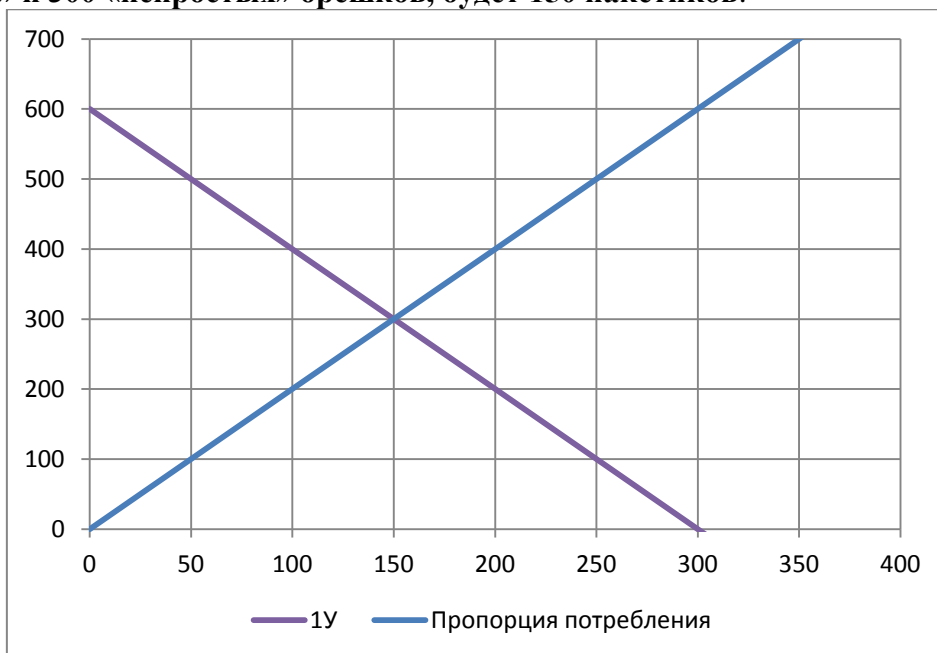
Б) С учетом пропорции ($x = 3y$) получаем, что «Елочкой» будет производиться **240 «простых» орешков», 80 «непростых» и, соответственно, 80 пакетиков.** Рисунок ниже.

Орешки производятся: 100 «простых» по технологии А, 140 «простых» по технологии В, 80 «непростых» – по технологии В.



В) У «Белочки» одна технология, и все четверо работников работают на ней: 1У. Получаем КПВ «Белочки» – линейное: $y = 600 - 2x$

С учетом пропорции ($2x = y$) в пакетиках от «Белочки» будет **производиться 150 «простых» и 300 «непростых» орешков, будет 150 пакетиков.**



Г) Заметим, что, поскольку обеим странам теперь доступны все технологии, то нужные нам линии максимальных возможностей по производству орешков для обеих фирм «Елочка» и «Белочка» будут одинаковыми.

У нас есть две разные технологии, и каждая использует полный набор ресурсов (4 работника для каждой страны). Значит исходные КПВ нельзя «складывать»!

Также отметим: по условию нужно найти линию, отражающую максимальные возможности с учетом доступности странам всех технологий. Логика построения такой линии может быть следующей: фирмы при производстве, например, определенного количества «простых» орешков, могут заранее принимать решение о том, по какой технологии им производить орешки, чтобы произвести максимум «непростых» орешков. Тогда достаточно построить старую КПВ «Елочки» и КПВ «Белочки» на одном графике, и взять верхнюю огибающую, как линию, которая показывает максимально возможный объем производства фирмы, хотя и при разных технологиях.

Итого, если все технологии станут доступны обеим странам, то КПВ «Елочки» и «Белочки» станет ломаной вогнутой к началу координат (точка перегиба: $(800/3; 200/3) \approx (266,7; 66,7)$).

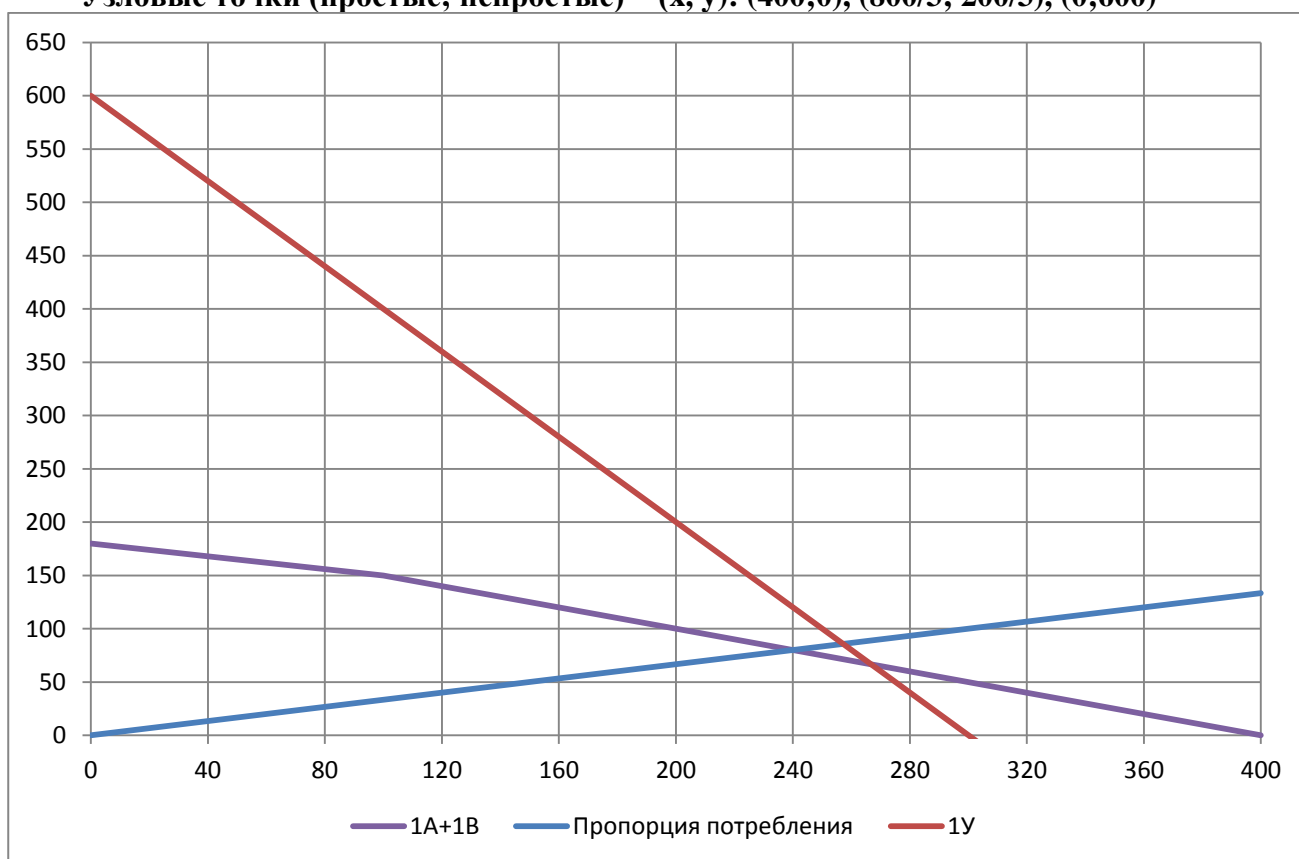
Отметим, что следование требованию целочисленности тут никак не исказит полученную линию.

Уравнение КПВ+

$$y = 600 - 2x \text{ для } 0 \leq x \leq 800/3$$

$$200 - 0,5x \text{ для } 800/3 < x \leq 400$$

Узловые точки (простые; непростые) = (x, y): (400;0), (800/3; 200/3), (0;600)

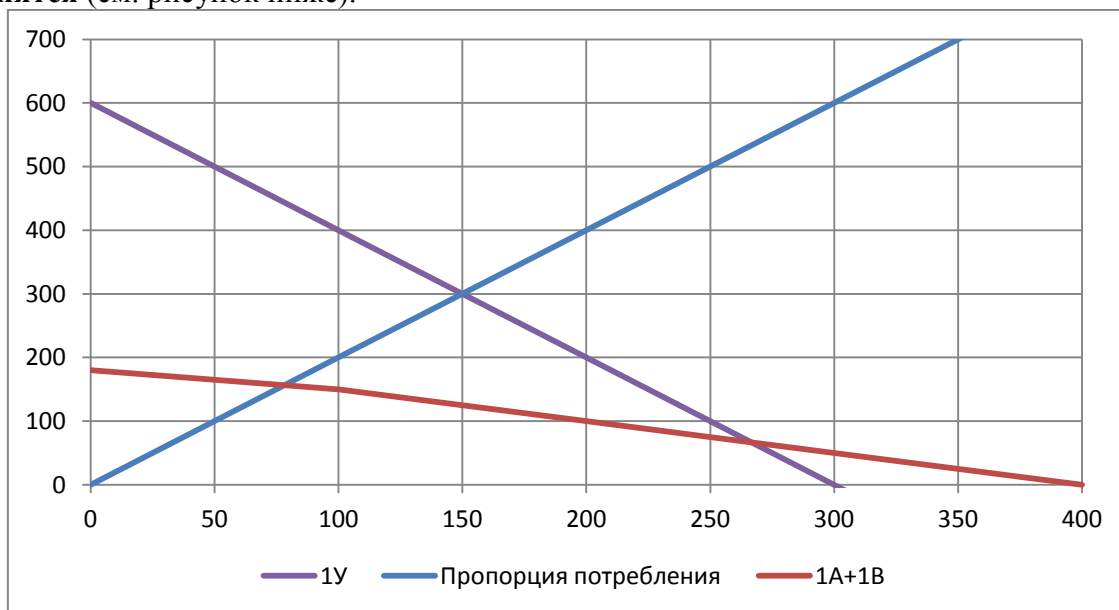


При этом «Елочка» при своей пропорции станет больше производить: если следовать линии пропорции, то точкой получится: $(1800/7; 600/7) = (257,14; 85,71)$. С учетом целочисленности (тут она как раз и нужна) и пропорции получаем **оптимальной точкой становится (255; 85)**. Она лежит **ниже** КПВ «Елочки», но выше ее старой КПВ (по старой КПВ точке $x = 255$ соответствует точка $y = 72,5$, на новой КПВ $y = 90$).

Производство большего числа орешков, чем нужно (например, точки $(256; 85)$ и $(257; 85)$) **представляется нерациональным использованием ресурсов**, поскольку фирмы не смогут сформировать еще один комплект и продать его!

Производство будет осуществляться по технологии У.

Оптимальная точка производства для «Белочки» и используемая ею технология не изменятся (см. рисунок ниже).



Критерии:

Пункт (А): всего за корректный ответ **4 балла:**

- за полностью правильное уравнение 2 балла,
- 2 балла за полностью правильный график – 1 балл за точки, 1 балл за корректный общий вид графика.

Если не выбрана итоговая технология для страны, то 0 баллов за весь пункт.

Если дан верный ответ, но при этом не рассмотрены все технологии, то 2 балла из 4-х за пункт.

Пункт (Б): всего за корректный ответ **4 балла:**

- 1 балл за число «простых» орешков
- 1 балл за число «непростых» орешков
- 1 балл за число пакетиков
- 1 балл за указание технологий

Если ответ (число орешков и пакетиков) не целочисленный – то за него 0 баллов.

Пункт (В): всего за корректный ответ **3 балла:**

- 1 балл за число «простых» орешков
- 1 балл за число «непростых» орешков
- 1 балл за число пакетиков

Если ответ (число орешков и пакетиков) не целочисленный – то за него 0 баллов.

Пункт (Г): всего за корректный ответ **9 баллов:**

- за полностью правильное уравнение 2 балла,
- 2 балла за полностью правильный график – 1 балл за точки, 1 балл за корректный общий вид графика.

- 4 балла за вычисление целочисленной(!) новой оптимальной точки для «Елочка»

Если указан верный ответ по числу орешков и пакетиков, но неверная технология, то 3 балла.

Если указано верное число пакетиков с орешками, но производится лишнее количество орешков (то есть фирма поступает нерационально), то ставится только 1 балл.

Если ответ (число орешков / пакетиков) не целочисленный – то здесь 0 баллов.

- 1 балл за вычисление точки / указание, что для «Белочки» ничего не поменяется.

Задача 2. Кондитерская Тимы и Лизы

Молодые предприниматели Тима и Лиза решили открыть кондитерскую и производить два вида тортов: «Домашний» – бисквитный со сметанным кремом и «Березка» – торт-безе с масляным кремом. Договорились, что Лиза отвечает за организацию технологического процесса, а Тима за экономическое сопровождение и закупку ингредиентов.

На корж для «Домашнего» требуется 3 яйца, 1 стакан (в одном стакане 200 гр.) сахара и 2 стакана (в одном стакане 200 гр.) муки. Выпекается корж 40 минут. Для коржа «Березки» – используется 6 яиц и 1 стакан сахара. Этот корж выпекается 80 минут. В свою кондитерскую ребята уже купили 2 печи, которые будут работать по 8 часов в день. Одновременно в каждой печи могут запекаться до 2-х коржей для бисквитного торта, или до 2-х коржей для безе (для разных тортов требуется разный режим работы печи). Для одного торта «Домашний» на крем требуется 1 упаковка сметаны и 1 упаковка сгущенного молока, для «Березки» – пачка масла и также 1 упаковка сгущенного молока. Все ингредиенты продаются в магазине в неограниченных количествах и имеют достаточные сроки хранения.

А) Мама молодых предпринимателей подсказала, что оптимальной пропорцией производства тортов будет соотношение: на каждый торт-безе нужно произвести три бисквитных торта. Тогда, по мнению мамы, все торты, произведенные за день, будут проданы к концу этого дня. Определите, сколько тортов каждого вида смогут ежедневно реализовывать Тима и Лиза. Производится только целое число тортов каждого вида!

Б) Помогите Тиме определить, какой будет стоимость расходуемых на каждый торт ингредиентов, если цены на ингредиенты следующие: яйца – 150 руб. за десяток, сахар – 100 руб. за кг, мука – 50 руб. за кг, упаковка сметаны стоит 100 руб., упаковка сгущенного молока – также 100 руб., пачка масла – 200 руб.

В) Для того, чтобы приступить к изготовлению тортов, ребята должны закупить необходимые ингредиенты. Какую сумму нужно иметь Тиме и Лизе, чтобы произвести рассчитанное количество тортов, если яйца продаются только десятками, мука и сахар килограммами?

Г) Если в условиях предыдущего пункта у Тимы первоначально было только 10 150 руб., то сколько тортов ребята смогут испечь к открытию?

Решение:

А) Пусть X – число тортов «Домашний», Y – число тортов «Березка».

Первоначально по условию ограничение, определяющее количество испеченных тортов одно – время работы печей: всего 2 печи ежедневно будут работать в сумме 960 минут (2 печи * 8 часов в день * 60 минут в часе). Разумно, что загружены печи почти всегда будут максимально, то есть печется 2 коржа сразу. Получаем

$$40 * \frac{X}{2} + 80 * \frac{Y}{2} \leq 960$$

Неравенство означает, что допускаются ситуации, когда время работы печей будет использовано не полностью.

Пропорция производства задана по условию: $X = 3Y$

Получаем: $Y \leq 9,6$

С учетом целочисленности решения **будет производиться 9 тортов «Березка».**

Тогда тортов «Домашний»: $X = 3 * 9 = 27$

Интересный факт: получается, что коржи для 9-ого торта-безе и 27-ого бисквитного торта будут печься «в одиночестве». Печи при этом будут работать все отведенное время – 960 минут.

Всего ребята способны изготавливать 36 тортов.

Б) Тиме фактически нужно определить средние переменные затраты на производство каждого торта (строго говоря – это конечно не AVC, так как мы не учитываем другие затраты: например, стоимость энергии, времени работников и т.п.). Понятно, что для «Домашнего» и «Березки» получим разные затраты.

Затраты на ингредиенты для «Домашнего» составят 285 руб. за торт:

3 яйца * 150/10 руб. за яйцо + 0,2 кг сахара * 100 руб. за кг + 0,4 кг муки * 50 руб. за кг + 1 уп. сметаны * 100 руб. за упаковку + 1 уп. сгущенки * 100 руб. за упаковку = 285 руб.

Затраты на ингредиенты для «Березки» составят 410 руб. за торт:

6 яиц * 150/10 руб. за яйцо + 0,2 кг сахара * 100 руб. за кг + 1 пачка масла * 200 руб. за пачку + 1 уп. сгущенки * 100 руб. за упаковку = 410 руб.

Всего производство 27 бисквитных тортов и 9 тортов-безе обойдется в 11 385 руб.

В) Сумма в 11 385 руб. – это не та сумма, в которую Тиме и Лизе обойдется приобретение первоначального набора ингредиентов, поскольку по отдельности яйца не продаются – только десятками, а мука и сахар продаются килограммами – 0,5 кг ребятам не смогут купить.

Нужно посчитать сколько ингредиентов потребуется ребятам для производства 36 тортов, а затем «округлить» в нужную сторону.

Яйца: $27 * 3 + 9 * 6 = 135$ штук, значит нужно купить 14 десятков.

Сахар: $27 * 0,2 + 9 * 0,2 = 7,2$ кг, значит нужно купить 8 кг сахара.

Мука: $27 * 2 * 0,2 = 10,8$ кг, значит нужно купить 11 кг муки.

Остальные ингредиенты продаются поштучно, поэтому ничего «округлять» не нужно:

Сметана: $27 * 1 = 27$ упаковок сметаны.

Масло: $9 * 1 = 9$ пачек масла.

Сгущенка: $27 * 1 + 9 * 1 = 36$ упаковок сгущенки.

Получаем, что для первоначального запуска производства тортов нужно

$14 * 150 + 8 * 100 + 11 * 50 + 27 * 100 + 9 * 200 + 36 * 100 = 11 550$ руб.

Г) Поскольку сумма в 10 150 меньше 11 385, то очевидно, что печи уже не будут загружены полностью, и именно «экономическое» неравенство определит количество тортов. Для него можно использовать данные об удельных затратах на ингредиенты из пункта Б:

$$285 * X + 410 * Y \leq 10150$$

С учетом пропорции производства тортов $X = 3Y$ получаем: $Y \leq 8,02$

С учетом целочисленности решения будет производиться 8 тортов «Березка».

Тогда тортов «Домашний»: $X = 3 * 8 = 24$.

Однако нужно проверить, что Тима и Лиза смогут купить ингредиенты для этих тортов на имеющуюся сумму:

Яйца: $24 * 3 + 8 * 6 = 120$ штук, значит нужно купить 12 десятков.

Сахар: $24 * 0,2 + 8 * 0,2 = 6,4$ кг, значит нужно купить 7 кг сахара.

Мука: $24 * 2 * 0,2 = 9,6$ кг, значит нужно купить 10 кг муки.

Остальные ингредиенты продаются поштучно, поэтому ничего «округлять» не нужно:

Сметана: $24 * 1 = 24$ упаковок сметаны.

Масло: $8 * 1 = 8$ пачек масла.

Сгущенка: $24 * 1 + 8 * 1 = 32$ упаковок сгущенки.

Получаем, что для первоначального запуска производства тортов нужно

$12 * 150 + 7 * 100 + 10 * 50 + 24 * 100 + 8 * 200 + 32 * 100 = 10 200$ руб.

Значит суммы в 10 150 не хватит для изготовления полученного количества тортов. А это означает, что ребята смогут произвести не 24 и 8 тортов, а 21 и 7 тортов соответственно. Подобное уменьшение обусловлено подсказанной мамой структурой производства.

Сумма, которую нужно потратить для производства 21 бисквитного и 7 тортов-безе, вычисляется аналогично вышеннаписанному. Количество ингредиентов:

Яйца: $21 * 3 + 7 * 6 = 105$ штук, значит нужно купить 11 десятков.

Сахар: $21 * 0,2 + 7 * 0,2 = 5,6$ кг, значит нужно купить 6 кг сахара.

Мука: $21 * 2 * 0,2 = 8,4$ кг, значит нужно купить 9 кг муки.

Остальные ингредиенты продаются поштучно, поэтому ничего «округлять» не нужно:

Сметана: $21 * 1 = 21$ упаковок сметаны.

Масло: $7 * 1 = 7$ пачек масла.

Сгущенка: $21 * 1 + 7 * 1 = 28$ упаковок сгущенки.

Получаем, что для первоначального запуска производства тортов нужно $11 * 150 + 6 * 100 + 9 * 50 + 21 * 100 + 7 * 200 + 28 * 100 = 9\ 000$ руб.

Критерии:

Каждая арифметическая ошибка – минус 1 балл.

Пункт (А): всего за корректный ответ **5 баллов** (3 балла – за первый вид тортов, найденный из ограничения, 2 балла – за второй вид тортов, найденный из пропорции).

Если найдено не целочисленное решение, либо некорректным способом, то ставится 0 баллов.

Если правильное решение найдено полным перебором, то ставится полный балл (5 баллов). Если правильный ответ найден *неполным* перебором (даже если один вариант пропустили), то за весь пункт только 2 балла (по 1 баллу за каждый вид тортов).

Пункт (Б): всего за корректный ответ **4 балла** (по 2 за каждый вид тортов).

Пункт (В): всего за корректный ответ **5 баллов**.

Если сумма найдена с использованием результатов пункта Б, то ставится 0 баллов.

Пункт (Г): всего за корректный ответ **6 баллов** (2 балла за первоначальное решение, которое следует из суммы в 10 150, 2 балла за проверку допустимости решения, 2 балла за корректировку решения – выход на правильный ответ).

Если найдено не целочисленное решение, либо некорректным способом, то за вычисление количества тортов ставится 0 баллов, проверка оценивается отдельно, выход на правильный ответ – отдельно.

Если правильное решение найдено полным перебором, то ставится полный балл (6 баллов). Если правильный ответ найден *неполным* перебором (даже если один вариант пропустили), то за весь пункт только 2 балла (по 1 баллу за каждый вид тортов, проверка тут будет лишена смысла, она фактически «входит» в метод перебора).

Задача 3. Рынок молока в городе Н

В городе Н пастеризованное молоко производится и упаковывается на молокозаводах, которые реализуют свою продукцию населению через сети собственных молочных лавок. Предложение молока заводами города Н описывается функцией $Q_S = 2P_S - 50$, где Q_S – количество молока (тыс. литров), которое молокозаводы готовы продать за день через свои молочные лавки, P_S – заводская цена, то есть сумма денег, которую каждый завод получает от продажи одного литра молока (рублей). В молочных лавках всех заводов молоко продается населению с наценкой 50% к заводской цене, а полученная сумма торговой наценки расходуется заводами только на оплату торговых издержек (содержание молочных лавок и их персонала). Качество молока у всех заводов одинаковое, покупателям безразлично, в какой лавке покупать молоко. Спрос населения города Н на молоко описывается функцией $Q_D = 200 - 2P_D$, где Q_D – количество молока, которое они готовы купить в день (тыс. литров), P_D – цена литра молока в молочных лавках (рублей).

А) Какое количество молока ежедневно покупают жители города Н и по какой цене? Какую выручку получают все молокозаводы города Н (выручка молокозаводов не включает сумму, полученную в виде торговой наценки)?

Б) Из-за удорожания запчастей, необходимых для ремонта оборудования, молокозаводы повысили на 10 рублей все возможные заводские цены, определяющие объемы предлагаемого молока. При этом ставка торговой наценки остается прежней. Сколько молока и по какой цене теперь покупают ежедневно жители города Н? Насколько изменилась выручка молокозаводов?

В) Стремясь защитить интересы жителей города, министр экономики назначил совещание, на котором попросил своих подчиненных предложить различные меры, направленные на снижение цены молока для населения. Ведущий специалист Министерства предложил ввести верхний предел цены молока, по которой оно продается в молочных лавках, равный цене, дей-

ствовавшей до подорожания запчастей. Оцените возможные последствия реализации такой меры: определите количество молока, которое смогут ежедневно покупать жители города, насколько изменится выручка молокозаводов и сумма денег, которая поступит на оплату торговых издержек (размер торговой наценки остается прежним).

Г) Главный специалист Министерства утверждает, что вернуть цену молока в молочных лавках на прежний уровень можно просто введя ограничение на торговую наценку. Определите, какая торговая наценка соответствует предложению главного специалиста. Сколько молока в случае введения этой наценки будет ежедневно покупать население города, какова будет выручка молокозаводов и сумма денег, которая поступит на оплату торговых издержек? Какой из двух вариантов более предпочтителен – предложенный ведущим или главным специалистом, и почему?

Д) Приведите пример еще одного из возможных способов поддержки молокозаводов и/или населения в сложившейся трудной ситуации и назовите его преимущества и недостатки по сравнению с лучшим из двух способов, который вы выбрали в пункте 4).

Решение

А) Найдем равновесие:

$$\begin{cases} Q_S = 2P_S - 50 \\ Q_D = 200 - 2P_D \\ P_D = 1,5P_S \\ Q_S = Q_D \end{cases} \quad P_S = 50, P_D = 75, Q_S = Q_D = 50, TR_{заводов} = 2500$$

Б) $Q_S = 2P_S - 50 \rightarrow P_S = (50 + Q_S)/2 + 10 \rightarrow Q_S = 2P_S - 70$

Найдем равновесие:

$$\begin{cases} Q_S = 2P_S - 70 \\ Q_D = 200 - 2P_D \\ P_D = 1,5P_S \\ Q_S = Q_D \end{cases} \quad P_S = 54, P_D = 81, Q_S = Q_D = 38, TR_{заводов} = 2052$$

Ответ: жители города покупают 38 тыс. литров молока по цене 81 руб. за литр, выручка молокозаводов сократилась на 448 тыс. руб.

В) Согласно предложению ведущего специалиста, будет введен потолок цены $P_D^{MAX} = 75$ руб. Так как равновесная цена в молочных лавках после удорожания издержек выше предлагаемого потолка цен, он будет действовать как фиксированная цена. Тогда

$$Q_D = 200 - 2 \cdot 75 = 50, P_S = \frac{P_D}{1.5} = \frac{75}{1.5} = 50, Q_S = 2 \cdot 50 - 70 = 30$$

То есть на рынке возникнет дефицит молока

Ответ: население будет покупать 30 тыс. литров молока по 75 руб за литр, выручка молокозаводов составит $50 \cdot 30 = 1500$ тыс. руб, то есть сократится еще на $2052 - 1500 = 552$ тыс. руб. На оплату торговых издержек поступит $(75 - 50) \cdot 30 = 750$ тыс. руб.

Г) По условию $P_D = 75$, следовательно $Q_D = 200 - 2 \cdot 75 = 50$. Обозначим x торговую наценку (в долях). Тогда $P_S = P_D/(1 + x) = 75/(1 + x)$

В равновесии:

$$\begin{cases} Q_S = 2P_S - 70 \\ Q_D = 50 \\ P_S = 75/(1 + x) \\ Q_S = Q_D \end{cases} \quad x = 0,25, P_S = 60, TR_{заводов} = 3000$$

На оплату торговых издержек может быть потрачено $(75 - 60) \cdot 50 = 750$ тыс. руб.

Ответ: торговая наценка должна составлять 25%. Население будет ежедневно покупать 50 тыс. литров молока, выручка молокозаводов составит 3000 тыс. руб, на оплату торговых издержек может быть направлено 750 тыс. рублей. Очевидно, что вариант, предложенный главным специалистом предпочтительнее: объемы потребления молока населением не сокращаются, выручка молокозаводов даже возрастает, а молочные лавки получают ту же сумму денег, что и в варианте ведущего специалиста.

Д) Субсидии покупателям или молокозаводам (на компенсацию издержек) позволят обеспечить прежний объем потребления молока по старым ценам, выручка молокозаводов останется такая же как до повышения цен, молочные лавки также не пострадают, но недостаток в том, что для этого нужно увеличить расходы бюджета.

Критерии

А)	<i>Цена молока в молочных лавках</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Количество молока, которое покупают жители города</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Выручка молокозаводов</i>	<i>1 балл</i>
Б)	<i>Новая функция предложения молока</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Цена молока в молочных лавках</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Количество молока, которое покупают жители города</i>	<i>1 балл</i>
В)	<i>Выручка молокозаводов</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Количество молока, которое покупают жители города</i>	2 балла
	<i>Выручка молочных лавок</i>	<i>1 балл</i>
Г)	<i>Определение торговой наценки</i>	2 балла
	<i>Количество молока, которое покупают жители города</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Выручка молокозаводов</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Выручка молочных лавок</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Выбор варианта</i>	<i>1 балл</i>
Д)	<i>Пример способа поддержки молокозаводов</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Его преимущество (можно даже одно)</i>	<i>1 балл</i>
	<i>Его недостаток (достаточно одного)</i>	<i>1 балл</i>

Задача 4. Ореховый бизнес Бельчонка

Бельчонок решил заняться выращиванием орехов с золотыми и серебряными скорлупками. Вместе со своей мамой он приобрел для этого участок земли площадью 10 гектаров. В волшебной стране, где живет Бельчонок со своей мамой, орехи – это однолетняя культура, которую высевают весной, а осенью собирают урожай. Бельчонок узнал, что можно заключить форвардную сделку по продаже орехов – осенью ему гарантировано обещают заплатить за каждый центнер орехов с золотыми скорлупками по 10 тугриков, а за каждый центнер орехов с серебряными скорлупками по 5 тугриков.

Урожайность орехов очень сильно зависит от погодных условий:

- если лето будет жарким и сухим, то с одного гектара земли можно собрать 31 центнер орехов с золотыми скорлупками или 2 центнера орехов с серебряными скорлупками;
- если лето будет умеренным, то с одного гектара земли можно собрать 15 центнеров орехов с золотыми скорлупками или 10 центнеров орехов с серебряными скорлупками;

- если лето будет холодным и дождливым, то с одного гектара земли можно собрать 6 центнеров орехов с золотыми скорлупками или 52 центнера орехов с серебряными скорлупками.

А) Помогите Бельчонку заполнить следующую таблицу, используя данные задачи.

Выручка от продажи урожая орехов, в тугриках

Выращиваемая культура на всех 10 гектарах	Погодные условия		
	жаркое и сухое лето	умеренное ле- то	холодное и дождливое лето
орехи с золотыми скорлупками			
орехи с серебряными скорлупками			

Б) Если Бельчонок боится рисковать, то какой монокультурой он засеет весь участок земли и какой доход (выручку от продажи орехов) он при этом гарантировано получит?

В) Мама Бельчонка тоже не склонна рисковать, но она убедила Бельчонка, что гарантированная выручка может быть больше, и предложила такой вариант использования земли, при котором размер этой гарантированной выручки оказался бы максимальным. Рассчитайте, какова максимальная величина гарантированной выручки, и как при этом должна использоваться земля.

Г) После того, как Бельчонок засеял свой участок земли, следуя рекомендациям мамы, он встретил беличьих фей, которые сказали ему, что могут волшебным образом «организовать» любые погодные условия. Однако за это волшебство придется осенью заплатить N тугриков. Подумав, Бельчонок согласился. Укажите, какие погодные условия заказал Бельчонок, и рассчитайте диапазон значений для числа N , при которых такого рода сделка оказалась выгодна Бельчонку.

Решение

А) Заполнение таблицы не вызывает трудностей. Каждая клетка таблицы — это результат перемножения трех компонентов: площади земельного участка, урожайности соответствующей культуры и форвардной цены центнера этой культуры.

Выручка от продажи урожая орехов, **в тугриках**

Выращиваемая культура <i>на всех 10 гектарах</i>	Погодные условия		
	жаркое и сухое лето	умеренное лето	холодное и дождливое лето
орехи с золотыми скорлупками	$10 \times 31 \times 10 = 3100$	$10 \times 15 \times 10 = 1500$	$10 \times 6 \times 10 = 600$
орехи с серебряными скорлупками	$10 \times 2 \times 5 = 100$	$10 \times 10 \times 5 = 500$	$10 \times 52 \times 5 = 2600$

Б) Если Бельчонок боится рисковать, то он сравнит минимальную выручку, которую можно получить, засеяв весь участок орехами с золотыми скорлупками (600 тугриков) с минимальной выручкой, которую можно получить, засеяв весь участок орехами с серебряными скорлупками (100 тугриков). Выбрав максимальное значение гарантированной выручки (600 тугриков), Бельчонок будет готов засеять весь участок земли орехами с золотыми скорлупками.

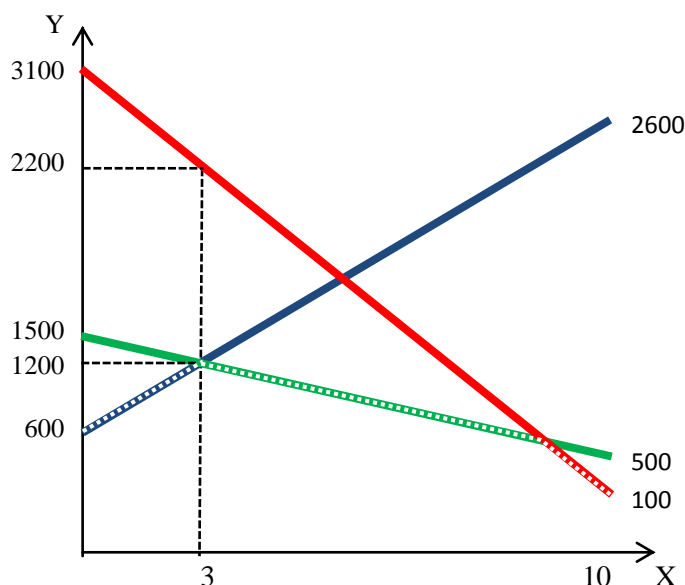
В) Введем обозначения. Пусть X — это количество гектаров земли, отводимое под орехи с серебряными скорлупками, а Y — это гарантированная выручка в тугриках.

Тогда для каждого варианта погодных условий можно записать неравенство: ожидаемая выручка больше или равна гарантированной выручке.

жаркое и сухое лето	$10X + 310 \times (10 - X) \geq Y$	$3100 - 300X \geq Y$
умеренное лето	$50X + 150 \times (10 - X) \geq Y$	$1500 - 100X \geq Y$
холодное и дождливое лето	$260X + 60 \times (10 - X) \geq Y$	$600 + 200X \geq Y$

Эта гарантированная выручка должна быть максимальной ($Y \rightarrow \max$).

Изобразив эти ограничения на графике, и проанализировав их взаимное расположение, легко получить искомый ответ: 3 гектара земли следует засеять орехами с серебряными скорлупками, а 7 гектаров земли орехами с золотыми скорлупками. Гарантированный доход (выручка) при этом окажется максимальной и составит 1200 тугриков. (Линия гарантированного дохода – это нижняя огибающая линий дохода.)



Г) Максимальная величина гарантированного дохода определяется в данном случае пересечением линий, соответствующих умеренному лету и холодному лету. Если же лето окажется жарким, то засеяв землю орехами в соответствии с советом мамы Бельчонка можно получить больший доход, а именно $(3100 - 300 \times 3 = 2200)$ тугриков). Это больше величины гарантированного дохода на $(2200 - 1200 = 1000)$ тугриков). Итак, Бельчонок попросит фей «организовать» жаркое лето, а за их содействие будет готов заплатить от 0 до 1000 тугриков.

Критерии

А) **3 балла** за корректную таблицу.

Если таблица составлена в расчете за гектар (все числа в 10 раз меньше), ставится **1 балл** из 3.

Если в таблице есть арифметическая ошибка, не повлиявшая на то, в какой ячейке находится наибольшее из минимальных значений выручки (орехи с золотыми скорлупками, холодное и дождливое лето), то **снимается 1 балл**.

Если в таблице есть арифметическая ошибка, повлиявшая на то, в какой ячейке находится наибольшее из минимальных значений выручки, то **снимается 2 балла**.

Б) **2 балла** за корректное определение максимума из минимумов выручки.

Если в пункте А) была допущена арифметическая ошибка, не повлиявшая на то, в какой ячейке находится наибольшее из минимальных значений выручки, и из ошибочных данных сделан корректный вывод, то баллы в пункте Б) не снимаются.

Если в пункте А) приведено решение в расчете на гектар и в пункте Б), следовательно, указан ответ «60 тугриков», то ставится **1 балл**.

В) 12 баллов за корректное решение, из них:

3 балла за идею о том, что участок можно засеять частично разными культурами.

3 балла за корректные функции выручки в зависимости от доли, отведенной на одну из культур (по 1 за каждую функцию).

6 баллов за корректное решение с определением оптимальной доли орехов с разными скорлупками (сопоставление значений функций выручки через график или аналитически через решение неравенств). При этом если в рассмотрении упущена одна из точек излома графика или (при аналитическом решении) не введено и не решено одно из неравенств, то ставится **4 балла** из 6 при условии правильного ответа.

Если участник приводит пример распределения видов орехов, когда гарантированная выручка больше 600, но этот пример не дает максимальной выручки (или дает, но это не доказано), то решение оценивается **от 5 баллов** (3 балла за идею о разных культурах и 2 балла за численный пример) до **8 баллов** (если есть еще корректные функции выручки).

Если приведено корректное целочисленное решение с полным перебором целого числа гектаров под каждую культуру, то за пункт ставится **7 баллов**.

Если перебор *неполный*, но среди вариантов есть такой, у которого минимальная выручка больше, чем в пункте Б) (в том числе правильный), то ставится **5 баллов** (как за пример, см. выше). При этом если неполному перебору, в рамках которого рассмотрен правильный вариант, сопутствует обоснование, почему нерассмотренные варианты не могут давать минимальную выручку выше, ставится **7 баллов** (как за полный перебор).

Если целочисленному решению (перебору) сопутствует иллюстрация единственности этого решения среди всех, а не только целочисленных, то за пункт ставится **12 баллов**.

Г) **3 балла** за корректное решение.

Если в пункте В) приведен только пример увеличения выручки при разделении участка, то в пункте Г) допускается ответ на вопрос в условиях этого (а не оптимального) разделения, баллы при этом не снижаются.

Задача 5. Эх, дороги, или основной закон дорожно-транспортного затора

Отдаленный спальный район города соединен с центром прямой удобной дорогой. Каждое утро по этой дороге в центр направляется большое количество автомобилей (более 500) – люди спешат на работу. Дорога не широкая, и если по ней одновременно движется в одном направлении не более 100 автомобилей, то до центра города можно добраться за полчаса. Утром, в час пик, количество машин на дороге возрастает и скорость их движения замедляется. Зависимость времени в пути до центра для автомобилистов, въезжающих на дорогу, от количества машин, уже движущихся по ней, следующая: каждая дополнительная машина увеличивает это время на две минуты. То есть если по дороге уже движется 101 машина, то дорога у въезжающих автомобилей займет 32 минуты, если 102 – то 34 минуты и т.д. Поэтому в час пик на дороге образуется большая медленно ползущая пробка. Существует и объездная дорога, добраться по которой до центра города можно за 50 минут, но пробок там никогда не бывает.

Будем считать, что автомобилисты экономят время и всегда стремятся проехать там, где быстрее, а информация о пробках и прогнозируемом времени в пути доступна в реальном времени всем водителям, благодаря мобильным приложениям.

А) Какое время будет занимать дорога до центра города в час пик? Объясните свой ответ.

Б) Новый мэр города еще в ходе предвыборной кампании обещал бороться с пробками. Он попросил автоинспекцию определить количество автомобилей, в среднем одновременно движущихся в одном направлении по удобной прямой дороге в час пик, и выделил деньги на расширение дорожного полотна таким образом, чтобы ровно это количество могло проехать по прямой удобной дороге за полчаса без пробок. Но, конечно, появление дополнительных машин, сверх запланированных проектом, по-прежнему будет увеличивать время движения для всех вновь въезжающих, как и в предыдущем пункте, то есть каждая дополнительная машина – на две минуты. Сколько времени будут тратить автомобилисты на дорогу из отдаленного района в центр после этой реконструкции в часы пик? Объясните свой ответ.

В) Оппозиция утверждает, что мэр потратил бюджетные средства на бессмысленные расходы. Согласны ли вы с ней? Какие меры помогли бы сократить пробку в час пик на прямой уже расширенной дороге и уменьшить время в пути? Приведите две такие меры (если будет указано больше мер, то оцениваются только первые две).

Решение

А) Каждый водитель будет выбирать, где быстрее. Поедет по прямой – если быстрее там, либо по объездной, если быстрее там. Найдем, при каком количестве машин время в пути по прямой и по объездной сравняются. На 20 минут замедлят движение плюс 10 машин, то есть если поедет 110 машин, они проедут по прямой за 50 минут, столько же занимает путь по объездной дороге. Значит путь из отдаленного района в центр будет занимать 50 минут.

Б) По дороге до реконструкции проезжало 110 машин. Если дорогу расширят так, чтоб 110 проезжали без пробок, то новые автомобилисты начнут переориентироваться с объездной дороги на прямую. В результате по прямой дороге поедет 120 машин и время в пути опять сравняется со временем в пути по объездной дороге и составит 50 минут. Пробка на прямой дороге сохранится

В) Мэр не смог убрать пробку в час пик, однако улучшение дороги может иметь позитивные последствия, например, снижение числа аварий (хотя это не точно ☺), в другие промежутки времени, когда желающих проехать не так много.

Дополнительные меры по сокращению пробки могут быть, например, такие: выделение отдельной полосы для общественного транспорта (после расширения дороги, очевидно, это уже возможно); сделать дорогу платной, где плата меняется в зависимости от числа машин на дороге и т.д.

Критерии

А)		8 баллов
Б)		7 баллов
В)	Обоснование небесполезности расходов	1 балл
	1-я мера	2 балла
	2-я мера	2 балла