

# Второй тур. Задачи

Конкурс	11 класс
Дата написания	22-23 января 2022 г.
Количество заданий	4
Сумма баллов	120
Время написания	140 минут

*Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.*

---

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта **а)** можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения в вашем решении должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Прежде чем задать вопрос по условию, перечитайте его ещё раз.

Если не сказано иного, считайте все товары, ресурсы и активы бесконечно делимыми. Кроме того, во всех задачах выполняются законы спроса и предложения, а также предельный продукт всех факторов производства положительный.

Удачи!

*Настойчивость – очень важный элемент успеха. Если вы достаточно долго стучитесь в двери, вы обязательно кого-нибудь разбудите.*

— Г. Лонгфелло

**Задача 1. Организаторы организуют****(30 баллов)**

Кирилл и Гоша занимаются экспериментами и выдают мерч в каморке. За 2 часа Кирилл может сделать 20 экспериментов или выдать 40 единиц мерча (а также любую их линейную комбинацию). Гоша, соответственно, 80 экспериментов или 20 единиц мерча. Оба этих занятия эффективно распределены между ребятами. Мерч и эксперименты делаются специально для Миши, функция полезности которого задаётся уравнением:  $U = \min\{x, y\}$ , где  $x$  – количество единиц мерча, а  $y$  – количество экспериментов.

**а) (12 баллов)** Найдите, сколько единиц мерча и экспериментов будет потреблять Миша и проиллюстрируйте ваше решение на графике (начертите карту кривых безразличия и покажите выбор оптимальной точки).

**б) (8 баллов)** Пусть про удивительные товары (эксперименты и мерч) узнал Антон и стал потреблять эти товары вместо Миши. Его функция полезности задаётся уравнением:  $U = -x^2 + 8,5x + y$ . Сколько мерча и экспериментов потребит Антон?

**в) (10 баллов)** Выведите функцию спроса Антона на мерч (в зависимости от цены на мерч), если цена эксперимента равна 1 тыс. руб.

**Задача 2. Eco-friendly****(30 баллов)**

В городе Врн компанией «Pirelli» организовано производство автомобильных покрышек. Спрос на покрышки имеет вид  $Q_d = 100 - P + 20\beta$ , где  $P$  – цена покрышек, а коэффициент  $\beta$  определяет степень экологичности производства.  $\beta = 1$ , если производство экологичное, и  $\beta = 0$  в ином случае (то есть может принимать только эти два значения). Функция издержек фирмы также зависит от  $\beta$  и имеет вид:  $TC = (1 + \beta)Q^2 + 100 + 50\beta$ .

**а) (10 баллов)** «Pirelli» является монополистом на рынке покрышек в городе Врн. Определите, какое  $\beta$  выберет фирма, какой объем продукции произведет и какую прибыль получит.

**б) (2 балла)** Какой размер аккордной субсидии должно выплатить фирме государство, чтобы производство стало экологичным? Считайте, что если фирме безразлично, делать заводы экологичными или нет, она будет делать первое. Государство выплачивает субсидию только тем фирмам, которые заботятся об экологии!

**в) (18 баллов)** Теперь правительство региона взяло «Pirelli» под свой контроль и само выбирает коэффициент  $\beta$ . Оно руководствуется интересами общества и максимизирует совокупную функцию полезности  $U = \sqrt{\beta} + \pi$ , где  $\pi$  – прибыль фирмы. Взаимодействие между государством и компанией устроено так: сначала государство выбирает значение  $\beta$ , а затем фирма выбирает объем производства. Какое значение  $\beta$  установит государство?

**Задача 3. Я больше не буду играть в эту игру****(30 баллов)**

Девочка Элли располагает доходом  $I = 20$  и тратит его исключительно на потребление уникального товара под названием «Маги в Шогилу». Полезность Элли задается функцией  $U = -q^2 + 42q - 2pq$ , где  $q$  – количество потребленных Магов в Шогилу,  $p$  – цена, по которой Элли их купила. Считайте, что Элли воспринимает цену  $p$  как заданную.

Маги в Шогилу продает фирма-монополист «Голлы Ралександра», его функция издержек задается как  $TC = 6q$ . Фирма максимизирует свою прибыль. При этом монополист может выбрать заплатить  $\alpha^2$  денежных единиц загадочной подружке Элли – Йонмель, которая в таком случае будет готова приобрести  $\alpha$  единиц Магов в Шогилу по той же цене, что и Элли. Если Элли приобретет 0 единиц товара, Йонмель не купит ничего и обиженно уйдет вместе с подругой.

**а) (10 баллов)** Выведите рыночный спрос в зависимости от  $\alpha$ .

**б) (15 баллов)** Определите значение  $\alpha$ , которое выберет монополист, и найдите прибыль, которую он получит.

**в) (5 баллов)** Предположим теперь, что деятельностью «Голлы Ралександра» недоволен верховный орган правительства – Суд Фортуны. Через особые каналы воздействия Суд Фортуны добился того, что издержки монополиста возросли до  $TC = 10q$ , а плата, которую необходимо отдавать Йонмель возрасла до  $5\alpha^2 + 6$ . Определите новое равновесное значение  $\alpha$  и прибыль монополиста.

**Задача 4. Предельно склоните потребление****(30 баллов)**

Потребитель живет три периода, а именно: 0, 1, 2. Его полезность от потребления в каждом из периодов выражается функцией  $U_i = 3T \cdot C_i - C_i^2$ , где  $C_i$  – потребление в периоде  $i \in \{0, 1, 2\}$ . В нулевом периоде ему приходит чек от Дональда Трампа в размере  $T$ , а так как из-за пандемии он потерял работу, то это его единственный источник дохода за эти три периода. Иными словами бюджетное ограничение в первом периоде имеет вид:  $W_1 = (1 + r)(T - C_0)$ , а во втором:  $W_2 = (1 + r)(W_1 - C_1)$ , где  $r$  – ставка процента,  $W_1$  – богатство в первом периоде, а  $W_2$  – богатство во втором периоде.

Потребитель очень терпелив, и поэтому ценит текущий период так же, как и будущий. Для простоты считайте, что  $r = 0$ .

**а) (10 баллов)** Найдите  $mrc$  (предельную склонность к потреблению) потребителя в периоде 0.

**б) (10 баллов)** Пусть теперь потребление в первом периоде экзогенно задано как  $C_1 = \frac{1}{2}(1 - \lambda)W_1$ , где  $\lambda$  – ошибка в выборе потребления в первом периоде. Найдите новое значение  $mrc$  в периоде 0, как функцию от  $\lambda$ .

**в) (10 баллов)** Докажите, что  $mrc$  увеличивается при любом отклонении  $\lambda$  от нуля.