Российская экономическая школа
Проект «Экономика для школьников» (ILoveEconomics.ru)

XV Международный школьный конкурс РЭШ

15 февраля — 15 марта 2024 года

Школьный конкурс РЭШ — олимпиада по экономике для школьников. Конкурс проходит в заочном формате. К участию приглашаются школьники 7-11 классов. Задания конкурса не требуют наличия специальных экономических знаний; для их решения достаточно продемонстрировать умение проводить строгие логические и математические рассуждения об экономических сюжетах. Таким образом, в конкурсе могут успешно участвовать как школьники, никогда ранее не изучавшие экономику, так и те, кто уже успел познакомиться с ней в школе. Если вы не знакомы с экономикой как предметом, конкурс — это отличная возможность разобраться в том, как она устроена, решая интересные задачи. Если же вы из тех, кто уже имеет опыт участия в олимпиадах по экономике, конкурс может стать хорошей возможность проверить себя.

Победители и призеры конкурса получат дипломы и памятные призы, а также будут приглашены на торжественную церемонию награждения в РЭШ. Абсолютный победитель конкурса среди участников из 10-го класса также получит от РЭШ грант на участие в Летней экономической школе «I Love Economics», а абсолютный победитель среди школьников 11-го класса — электронный планшет.

Дипломы победителей и призеров дают от 6 до 8 баллов за индивидуальные достижения при поступлении на «Совместную программу по экономике НИУ ВШЭ и РЭШ» и на программы «Экономика» и «Экономика и анализ данных» факультета экономических наук НИУ ВШЭ.

Решения

Сайт конкурса schoolcontest.nes.ru

Авторы задач: Илья Антонов, Дмитрий Гвоздев, Артём Липин, Анастасия Небольсина, Александр Шестаков

Ответы на все задачи, кроме последней, должны быть приведены с объяснениями. Ответы без объяснений не засчитываются. Выполняйте задания самостоятельно, не обращаясь к внешней помощи, в том числе к материалам из интернета — у вас всё обязательно получится! В случае нарушения правил проведения Конкурса работа может быть аннулирована.

Задача 1. Оптимальное расселение (25 баллов)

Администратору спортивного лагеря нужно расселить чётное количество детей из первого отряда по комнатам. В каждой комнате могут жить ровно 2 человека. Все дети — девочки, поэтому изначально возможна любая пара потенциальных соседей. У каждого из детей есть предпочтения на множестве потенциальных соседей, то есть каждый из ребят может упорядочить всех потенциальных соседей от наилучшего для себя до наихудшего. При этом, для каждого из ребят эти предпочтения строгие — не существует двух соседей, которые были бы одинаково хороши с точки зрения кого-либо из ребят. Предпочтения также являются транзитивными, то есть если для девочки верно, что i лучше j (обозначим это утверждение как $i \succ j$) и $j \succ k$, то для неё верно $i \succ k$. После того, как администратор расселил ребят по комнатам, ребятам можно меняться соседями. Для этого двое детей должны подойти к администратору и сказать, что они хотят жить друг с другом больше, чем со своими текущими соседями.

Назовём *стабильным* такое расселение ребят, при котором никакая пара ребят не хочет подойти к администратору для совершения обмена.[1]

а) Пусть администратору надо расселить ровно 4 ребёнка. Сколько всего расселений возможны?

б) Может ли в этом случае быть ровно одно стабильное расселение? А два? А три? Если вы считаете, что может, приведите пример. Если нет, докажите невозможность.

в) Предположим, что администратору нужно расселить 6 детей. Для удобства занумеруем их от 1 до 6. Их предпочтения представлены в таблице ниже. Выражение $i \succ j$ означает, что, по мнению ребёнка, сосед i лучше соседа j. Найдите все стабильные расселения и докажите, что других не существует.

Ребёнок	**Предпочтения**
1	$3 \succ 2 \succ 5 \succ 6 \succ 4$
2	$4 \succ 3 \succ 6 \succ 5 \succ 1$
3	$2 \succ 6 \succ 1 \succ 5 \succ 4$
4	$5 \succ 1 \succ 3 \succ 2 \succ 6$
5	$3 \succ 6 \succ 4 \succ 1 \succ 2$
6	$4 \succ 5 \succ 2 \succ 1 \succ 3$

Решение

а) Для удобства занумеруем детей от 1 до 4. Расселение можно однозначно определить, зная, с кем живёт ребёнок 1. Поскольку у ребёнка 1 всего 3 потенциальных соседа, существует ровно 3 расселения.

б) Занумеруем детей от 1 до 4. Тогда все расселения условно обозначим 12, 13 и 14 — по тому, с кем живёт первый ребёнок. Для каждого примера создадим таблицу, иллюстрирующую его.

[1] Задача является примером применения дизайна механизмов, о котором можно узнать больше из материалов просветительского проекта РЭШ GURU

Начнём с единственного стабильного расселения. В примере ниже можно быстро показать, что единственное стабильное расселение это 12. Каждый из соседей в расселении 12 живёт с лучшим для себя, поэтому не хочет меняться. При этом в расселениях 13 и 14 захочет поменяться, например, пара (1, 2).

Ребёнок	**Предпочтения**
1	$2 \succ 3 \succ 4$
2	$1 \succ 3 \succ 4$
3	$4 \succ 1 \succ 2$
4	$3 \succ 1 \succ 2$

Приведём пример с двумя стабильными расселениями. В этом случае стабильные распределения — это 12 и 14. Заметим, что в расселении 12 есть два ребёнка (1 и 3), которые живут с лучшим для себя соседом, поэтому не будут меняться. Тогда поменяться могут только 2 и 4, но они худшие варианты друг для друга, поэтому меняться не будут. Аналогично, в расселении 14 есть два ребёнка (2 и 4), которые живут с лучшим для себя соседом, поэтому не будут меняться. Тогда поменяться могут 1 и 3, но они худшие варианты друг для друга, поэтому меняться не будут. Расселение 13 не будет стабильным, поскольку захотят поменяться, например, 1 и 2.

Ребёнок	**Предпочтения**
1	$2 \succ 4 \succ 3$
2	$3 \succ 1 \succ 4$
3	$4 \succ 2 \succ 1$
4	$1 \succ 3 \succ 2$

Теперь докажем, что не может быть трёх стабильных распределений. Заметим, что если два человека живут с худшими для себя соседями, то они хотели бы поменяться с кем угодно. Также заметим, что если два человека — лучшие соседи друг для друга, то любое распределение, где они не живут вместе, не может быть стабильным.

Всего есть 3 расселения и 4 человека. Значит, есть хотя бы одно расселение, где сразу 2 человека живут с худшим для себя соседом.[2] Если они живут не друг с другом, то они могут поменяться, значит, расселение не стабильно. Если же они живут друг с другом, то один из них может поменяться с кем-то в другой паре, если эта пара не является лучшими соседями друг для друга. Если хотя бы для одного из оставшейся пары сосед не лучший, то он согласится поменяться с кем-то из худших друг для друга соседей, поэтому такое расселение не будет стабильным. Остался последний случай, при котором эта пара — лучшие друг для друга соседи. Тогда они всегда живут друг с другом в стабильном расселении, значит, остальные расселения не стабильны. Таким образом, 3 стабильных расселения невозможны

в) Рассмотрим предпочтения, описанные в условии.

Шаг 1. Рассмотрим решение индивида i. Если для индивида j он является лучшим соседом, то индивид i не выберет в стабильном расселении никого хуже с его точки зрения, чем j, потому что всегда можно решить жить с j. Учитывая это, вычеркнем невозможные пары. На картинке ниже красным зачёркнуты невозможные пары. Затем те же пары зачёркнуты оранжевым (каждая пара встречается дважды).

Шаг 2. Заметим, что из оставшихся возможных опций 5 и 6 — лучшие друг для друга (обведено зелёным на картинке). Значит, они будут жить вместе. Тогда зачеркнём зелёным невозможные пары из числа оставшихся.

[2] Любители комбинаторики могут вспомнить принцип Дирихле.

Ребёнок	Предпочтения
1	$3 \succ 2 \succ 5 \succ 6 \succ 4$
2	$4 \succ 3 \succ \cancel{6} \succ \cancel{5} \succ \cancel{1}$
3	$2 \succ 6 \succ 1 \succ \cancel{5} \succ \cancel{4}$
4	$5 \succ 1 \succ 3 \succ 2 \succ \cancel{6}$
5	$3 \succ 6 \succ 4 \succ \cancel{1} \succ \cancel{2}$
6	$4 \succ 5 \succ 2 \succ 1 \succ 3$

Ребёнок	Предпочтения
1	$3 \succ \cancel{2} \succ \cancel{5} \succ 6 \succ 4$
2	$4 \succ 3 \succ \cancel{6} \succ \cancel{5} \succ \cancel{1}$
3	$2 \succ 6 \succ 1 \succ \cancel{5} \succ \cancel{4}$
4	$5 \succ 1 \succ \cancel{3} \succ 2 \succ \cancel{6}$
5	$\cancel{3} \succ 6 \succ 4 \succ \cancel{1} \succ \cancel{2}$
6	$\cancel{4} \succ 5 \succ \cancel{2} \succ 1 \succ 3$

Ребёнок	Предпочтения
1	$3 \succ \cancel{2} \succ \cancel{5} \succ \cancel{6} \succ 4$
2	$4 \succ 3 \succ \cancel{6} \succ \cancel{5} \succ \cancel{1}$
3	$2 \succ \cancel{6} \succ 1 \succ \cancel{5} \succ \cancel{4}$
4	$\cancel{5} \succ 1 \succ \cancel{3} \succ 2 \succ \cancel{6}$
5	$\cancel{3} \succ \boxed{6} \succ \cancel{4} \succ \cancel{1} \succ \cancel{2}$
6	$\cancel{4} \succ \boxed{5} \succ \cancel{2} \succ \cancel{1} \succ \cancel{3}$

Рис. 1: Иллюстрация к решению Задачи 1 (в)

Шаг 3. Остаётся заметить, что возможны два стабильных расселения оставшихся — 13 24 и 14 23. В первом случае 1 и 2 живут с лучшими для себя соседями, а 3 и 4 не готовы меняться. Во втором случае 3 и 4 живут с лучшими для себя соседями, а 1 и 2 не готовы меняться.

Ответ. Всего 2 стабильных расселения — 13 24 56 и 14 23 56.

За корректно обоснованный ответ в пункте (а) ставилось 3 балла. Обоснованные примеры с 1 и 2 стабильными расселениями стоили 4 балла каждый. Ещё 7 баллов можно было получить за доказательство невозможности 3 стабильных расселений. Корректное решение пункта (в), доказывающее, что других стабильных расселений нет, и показывающее оба стабильных расселения, стоило 7 баллов.

Задача 2. Поработаем вместе? (13 баллов)

В исследовательской лаборатории есть два стажёра — Никита и Коля. Научный руководитель решает, как распределить время работы стажёров над двумя имеющимися у него проектами так, чтобы он мог изучить полученные результаты как можно раньше. Научный руководитель может начать изучать материалы только после того, как будут выполнены задания по обоим проектам. Известно, что Коля может выполнить необходимый объём работы на первом проекте за 2 часа, а на втором — за 4 часа, в то время как Никита — за 6 и 2 часа соответственно. Работа осуществляется равномерно — это означает, что если сделать проект целиком занимает X часов, то выполнить, например, $1/n$ проекта займёт X/n часов. Стажёры могут работать над обоими проектами как независимо, так и совместно, но в последнем случае они потратят 1 час на сторонние разговоры. Известно, что вдвоем (если не учитывать время, затраченное на разговоры) они работают над каждым проектом в $x > 1$ раз быстрее чем, если бы работали параллельно над одним и тем же проектом.[3]

а) Пусть стажёры работают удалённо, поэтому они не могут работать совместно. Сколько времени займёт работа над проектами? Как будут распределены задания?

б) Пусть стажёры могут работать как совместно, так и раздельно. В случае совместной работы стажёры работают вместе над каждым проектом. При каких значениях x научному руководителю всегда выгодно ставить их работать совместно?

в) Совместная работа становится выгодной при больших или меньших значениях x? Объясните обнаруженную зависимость интуитивно.

г) На основании Вашего ответа в предыдущем пункте, предположите, в каких профессиях переход на удалённую работу скорее повышает производительность, а в каких — скорее снижает.

Решение

а) Каждый будет делать то, в чём у него сравнительное преимущество (то есть то, что он делает относительно быстрее). Тогда проекты закончат за 2 часа. Коля будет делать первый проект, а Никита — второй. В любом другом распределении по задачам средняя скорость работы над каждым проектом снизится, поэтому затраченное время будет больше.

б) Когда выгодно совместно работать? Чтобы понять это, запишем следующее неравенство: время, затраченное при совместной работе, не превышает минимального времени при индивидуальной работе.

$$\frac{1}{x\cdot(1/2+1/4)}+\frac{1}{x(1/2+1/6)}+1\leqslant 2 \Leftrightarrow x \geqslant \frac{17}{6}$$

в) Совместная работа становится выгодной при больших значениях x, поскольку большие значения x соответствуют большему увеличению продуктивности от совместной работы.

г) В качестве верного засчитывался любой обоснованный пример с двумя профессиями, где выгоды от взаимодействия разнятся. Например, в более рутинной профессии (бухгалтер), кооперация вряд ли приносит дополнительные выгоды, поэтому удалённая работа будет скорее полезной. В более творческих профессиях совместное производство идей может быть более эффективным (например, работа учёного-исследователя), поэтому для них переход на удалённую работу скорее снижает производительность.

Корректное решение пунктов (а)–(в) приносило участникам по 3 балла за пункт, а решение пункта (г) позволяло получить ещё 4 балла.

[3] Например, если задачу изначально можно было выполнить за час, то при работе в 10 раз быстрее её можно выполнить за 6 минут.

Задача 3. О стоимости жизни (18 баллов)

В этом году исполняется ровно 100 лет с момента публикации работы российского экономиста Александра Конюса «Проблема истинного индекса стоимости жизни». В своей статье Конюс предложил измерять уровень цен при помощи индекса стоимости жизни. В рамках предложенной задачи Вам предстоит ознакомиться с предложенным им способом и сравнить его с другими используемыми способами подсчета уровня цен.

Рассмотрим потребителя, имеющего функцию полезности $U(x_1,x_2,x_3) = x_1 + 2x_2 + \sqrt{x_3}$. Функция полезности потребителя зависит от количества потребленных им трёх товаров, обозначенных как x_1, x_2 и x_3 соответственно. Обратите внимание, что количество каждого из потреблённых товаров $x_i \geqslant 0$, при этом x_i не обязательно является целым числом. Пусть p_1^t, p_2^t, p_3^t — цены каждого из товаров соответственно в году t, где $t = 2023$ или $t = 2024$. Потребитель стремится поддерживать уровень полезности $\overline{U}$, при этом он делает это так, чтобы его расходы на покупку товаров были минимальны.

Пусть $\overline{U} = 4$, цены товаров в 2023 году $p_1^{2023} = 10$, $p_2^{2023} = 25$, $p_3^{2023} = 5/2$, а в 2024 году $p_1^{2024} = 10$, $p_2^{2024} = 10$, $p_3^{2024} = 5/2$ соответственно.

а) Какие товары и в каком количестве будет покупать потребитель в 2023 году и в 2024 году?

б) Индекс стоимости жизни показывает, на сколько процентов выросли (или сократились) расходы на поддержку комфортного уровня потребления $\overline{U}$. Он подсчитывается как отношение расходов на поддержание уровня потребления $\overline{U}$ в году t к расходам на поддержание уровня потребления $\overline{U}$ в году t – 1. Чему равен индекс стоимости жизни в 2024 году?

в) Индекс Пааше (дефлятор ВВП) и индекс Ласпейреса (индекс потребительских цен), также как и индекс стоимости жизни, используются для измерения уровня инфляции.[4] Чтобы подсчитать индекс Ласпейреса для 2024 года, необходимо узнать отношение стоимости потребляемых в 2023 году продуктов в ценах 2024 года к стоимости потребляемых в 2023 году продуктов в ценах 2023 года. Для подсчёта индекса Пааше для 2024 года, необходимо узнать отношение стоимости потребляемых в 2024 году продуктов в ценах 2024 года к стоимости потребляемых в 2024 году продуктов в ценах 2023 года. Подсчитайте оба индекса и сравните их с индексом стоимости жизни.

г) Объясните интуитивно, почему индексы соотносятся между собой именно так, как Вы посчитали в предыдущем пункте.

д) Экономист А. утверждает, что смотреть на изменение стоимости ноутбука или смартфона плохо отражает изменение уровня цен в экономике в целом из-за специфических особенностей этих товаров. Приведите два обоснования этой позиции. Предложите, как можно изменить методику подсчёта инфляции для этих товаров.

Решение

а) Решим задачу для 2023 года. Из функции полезности получим $x_1^{2023} = 4 - 2x_2^{2023} - \sqrt{x_3^{2023}}$. Это выражение подставим в функцию расходов:

$$Costs^{2023} = 10x_1^{2023} + 25x_2^{2023} + 5x_3^{2023}/2 = 10(4 - 2x_2^{2023} - \sqrt{x_3^{2023}} + 25x_2^{2023} + \frac{5}{2}x_3^{2023} =$$

$$= 40 + 5x_2^{2023} + 2.5x_3^{2023} - 10\sqrt{x_3^{2023}}$$

Мы хотим выбрать x_2^{2023} и x_3^{2023} так, чтобы минимизировать расходы, подсчитываемые по формуле выше. Заметим, что функция возрастает по x_2^{2023}, поэтому $x_2^{2023} = 0$. Относительно же $\sqrt{x_3^{2023}}$ мы получили параболу с ветвями вверх, минимум которой в вершине, т.е.

$$\sqrt{x_3^{2023}} = 2 \implies x_3^{2023} = 4$$

[4] Больше об инфляции можно узнать в подкасте РЭШ «Экономика на слух».

Тогда $x_1^{2023} = 4 - 2 \cdot 0 - 2 = 2$.

Теперь решим задачу для 2024 года. Из функции полезности получим $x_2^{2024} = 2 - 0.5x_1^{2024} - 0.5\sqrt{x_3^{2024}}$. Это выражение подставим в функцию расходов:

$$Costs^{2024} = 10x_1^{2024} + 10x_2^{2024} + 5x_3^{2024}/2 = 10x_1^{2024} + 10(2 - 0.5x_1^{2024} - 0.5\sqrt{x_3^{2024}}) + 5x_3^{2024}/2 =$$

$$= 20 + 5x_1^{2024} + 2.5x_3^{2024} - 5\sqrt{x_3^{2024}}$$

Мы хотим выбрать x_1^{2024} и x_3^{2024} так, чтобы минимизировать расходы, подсчитываемые по формуле выше. Заметим, что функция возрастает по x_1^{2024}, поэтому $x_1^{2024} = 0$. Относительно же $\sqrt{x_3^{2024}}$ мы получили параболу с ветвями вверх, минимум которой в вершине, т.е.

$$\sqrt{x_3^{2024}} = 1 \implies x_3^{2024} = 1$$

Тогда $x_2^{2024} = 2 - 0.5 \cdot 0 - 0.5 = 3/2$.

б) Подставим решение из предыдущего пункта. Тогда $Costs^{2023} = 30$, а $Costs^{2024} = 17.5$. Индекс стоимость жизни COLI $= 17.5/30 \approx 0.58$

в) Рассчитаем оба индекса. Индекс Пааше

$$I_P = \frac{10 \times 0 + 10 \times 3/2 + 2.5 \times 1}{10 \times 0 + 25 \times 3/2 + 2.5 \times 1} = 17.5/40 \approx 0.43$$

Индекс Ласпейреса

$$I_L = \frac{10 \times 2 + 10 \times 0 + 2.5 \times 1}{10 \times 2 + 25 \times 0 + 2.5 \times 1} = 1$$

г) Заметим слудеющее соотношение: $I_L \geqslant COLI \geqslant I_P$. Видно, что по индексу Ласпейреса уровень цен не изменился, в то время как по индекс Пааше и COLI упал (наблюдается дефляция). Это объясняется тем, что при подсчете индекса Ласпейреса фиксируется корзина прошлого года, что не учитывает структурные сдвиги в потреблении индивида. Индекс Пааше предлагает подстраивать эту корзину под новую из-за чего может происходить переоценка в нижнюю сторону, когда индекс COLI учитывает структурные изменения, так как напрямую строится исходя из выбора индивида

д) Засчитывались различные корректные объяснения, в частности, изменение качества товара, малая роль товара в потребления, зависимость цены товары от технологического развития, роль товара как инвестиции. В качестве возможного изменения можно учитывать цену за мощность процессоров, величину видеопамяти и т.п. — это позволяет учесть изменение стоимости и доступность технических характеристик во времени. Предложенная идея называется гедонистическое ценообразованием.

В пункте (а) по 3 балла за подсчёт для каждого из двух лет, в пунктах (б) и (в) по 1 баллу за подсчёт каждого из 3 индексов, в пункте (г) 3 балла за решение, в пункте (д) по 2 балла за каждое из 2 обоснований и 2 балла за альтернативный метод подсчёта.

Задача 4. Эффекты полицейского насилия (16 баллов)

Экономисты и, в частности профессора Российской экономической школы, изучают влияние разнообразных явлений на жизнь общества. Например, на просветительском портале РЭШ GURU можно узнать о том, как засилье мафии сказывается на экономическом развитии. В этой задаче Вам предстоит глубже разобраться со сложностями, возникающими при проведении экономических исследований.

Экономист Десмонд Энг в своей статье анализирует влияние случаев полицейского насилия на образовательные результаты школьников, живущих в окрестности инцидента. Для этого он сравнивает школьников, живущих в непосредственной близости от места инцидента, с теми школьниками, которые живут в том же районе, но дальше от места инцидента (их мы будем называть контрольной группой). Оказывается, что школьники, жившие ближе к месту инцидента, в среднем столкнулись с более сильным падением среднего балла после инцидента, чем те, что жили дальше.

а) В среднем, школьники, живущие в районах, где произошло полицейское насилие, реже поступают в университеты, чем школьники из других районов. Можно ли на основании этого сказать, что полицейское насилие снижает шансы поступления в университет? Обоснуйте свой ответ. В случае несогласия приведите альтернативное объяснение.

б) Почему в качестве контрольной группы, с которой сравнивают школьников, живущих в непосредственной близости от инцидентов полицейского насилия, автор решил взять школьников из тех же районов?

в) Автор подчёркивает, что большинство инцидентов, используемых в исследовании, не были освещены в средствах массовой информации. Объясните, почему это важно для исследования.

г) Предположим, что школьники, живущие в непосредственной близости от инцидентов полицейского насилия, склонны переезжать и менять школу чаще, чем школьники из контрольной группы. Как это влияет на интерпретацию результатов исследования?

Решение

а) Нет, такой вывод сделать нельзя. Эти районы скорее всего являются неблагополучными, там живёт больше людей с низким уровнем дохода и больше доля неблагополучных семей. Эти факторы влияют на перспективы школьников и без полицейского насилия.

б) Эти школьники наиболее похожи на тех, что жил близко к месту инцидента по социально-экономическим и прочим характеристикам, поэтому они служат более вероятным альтернативным сценарием (counterfactual), то есть дают реалистичную картину того, что могло бы случиться со школьниками, живущими в непосредственной близости от инцидентов, если бы этих инцидентов не случилось.

в) В таком случае люди получают информацию об инциденте «из уст в уста», а не через СМИ, что делает роль расстояния до места инцидента ключевой. Более того, медийное внимание может привлечь федеральные власти, которые примут меры по улучшению ситуации, что также может сказаться на результатах.

г) Это осложняет интерпретацию результатов, поскольку добавляется эффект миграции. Если данных по уехавшим школьникам нет, то тогда оценка получается «смещённой»

Каждый пункт стоил 4 балла. Засчитывались корректные альтернативные объяснения.

Задача 5. О наградах (15 баллов)

В различных сферах общественной жизни существуют почётные звания и награды, которыми удостаивают наиболее проявивших себя представителей той или иной сферы. К числу таких званий и наград можно отнести звания Заслуженного и Народного артиста, работника месяца, почётные грамоты в школе. В экономической науке тоже не обошлось без наград! О самых важных из них — Нобелевской премии и медали Кларка — читайте в материалах просветительского проекта РЭШ GURU.

а) Звание Народного артиста присваивается единожды, в то время как звание работника месяца в фирме переходящее. Как вы думаете, почему фирмы зачастую используют систему наград, в которой почётное звание не присвается один раз навсегда, а является переходящим? Приведите два объяснения.

б) В некоторых сферах создание почётных званий стимулирует более рискованное поведение агентов. Приведите пример и объясните этот феномен.

в) Создание почётных званий и аналогичных наград не рекомендуется в фирмах с большой долей командных задач. Объясните, почему.

Решение

а) Возможные ответы:

- Сохранение стимулов у тех работников, которых поощряют. Нельзя стать лучшим навсегда, надо держать планку.
- Не дестимулируются остальные работники — ты проиграл сегодня, но можешь выиграть в следующий раз
- Сохранение уникальности награды как источника мотивации: со временем будет множество Народных артистов, а вот работник месяца всегда один

б) Некоторые примеры

- **Финансовые компании.** Если сотрудники получают звания за их достижения, то они могут вкладываться в более рисковые активы, чтобы получить более высокий выигрыш и, как следствие, награду.
- **Военнослужащие.** Исторически, пилоты, например, получают медали за количество сбитых самолетов. Желание получить награду как можно раньше заставляет пилотов заботиться совершать более рискованные атаки.
- **Работники тяжелой промышленности.** Будучи мотивированными перерабатывать во имя получения признания, работники могут жертвовать своим здоровьем, что увеличивает риски заболеваний и получения травм на работе из-за усталости.

в) Индивидуальные почетные звания поощряют личные достижения и дистимулируют вкладываться в командные задачи. Кроме того, по той же причине, люди в целом меньше вовлекаются в командное взаимодействие, которое включает в том числе передачу опыта и создание идей, вследствие чего эффективность компании падает. Также из-за тяжести в отделении личного вклада из командного успеха поощрения могут распределяться нечестно (или восприниматься как таковые), что провоцирует конфликты в коллективе

По 3 балла за каждое из 2 объяснений в пункте (а). В пункте (б) 2 балла за пример и 4 балла за его обоснование, при этом ответы без обоснования не оцениваются. В пункте (в) до 3 балла за корректный ответ.

Задача 6. Кто не рискует (27 баллов)

Студентка совместного бакалавриата ВШЭ и РЭШ Саша решила летом стажироваться менеджером проектов в небольшой консалтинговой компании. Каждый месяц она будет руководить одним проектом, выбирая уровень риска от 0 до 1. Для удобства обозначим x_1 – уровень риска для первого (июньского) проекта, x_2 – для второго (июльского), x_3 – для третьего (августовского). Проект может оказаться удачным или неудачным. Если Саша выбрала уровень риска p, то с вероятностью p проект окажется неудачным. В этом случае Саша не получит бонус. При выбранном уровне риска p с вероятностью $1-p$ проект окажется удачным Если проект i окажется удачным, то Саша в качестве получит бонус в размере 10% от прибыли за проект, которую мы обозначим π_i. Прибыль июньского проекта $\pi_1 = 240\cdot(1+a\cdot x_1)$, июльского $\pi_2 = 240\cdot(1+x_1+2\cdot x_2)$, а августовского $\pi_3 = 320\cdot(1+x_1+x_2+4\cdot x_3)$. Учтите, что $a > 0$ — это параметр. Саша максимизирует ожидаемый бонус за всё время работы.[5]

а) Объясните интуитивно связь между выбранными значениями риска в различных периодах и прибылью в случае успеха.

б) Допустим у Саши есть планы на июль и август, поэтому она сможет взять только июньский проект. В зависимости от значения параметра $a > 0$ укажите, какое значение риска x_1 выберет Саша. Какие оптимальные значения x_1 в принципе возможны?

в) Объясните интуитивно зависимость оптимального уровня риска от параметра a. Что означает параметр a?

г) Пусть $a = 2$. Какие уровни риска в каждом месяце выберет Саша? Считайте, что Саша стремится сделать максимальной сумму ожидаемых бонусов за всё лето.[6]

д) Как соотносятся между собой выбранные Сашей значания рисков в различных периодах? Объясните это соотношение интуитивно.

е) Используя обнаруженную Вами закономерность, объясните известный Вам феномен из реальной жизни.

Решение

а) Более рискованные проекты приносят большую прибыль в случае успеха. Аналогичная ситуация, например, наблюдается при принятии инвестиционных решений. Большая прибыль в случае успеха служит своеобразной платой за риск.

б) Зная значение параметра $a > 0$, Саша решает следующую задачу, выбирая $x_1 \in [0;1]$:

$$\max_{x_1\in[0;1]}(1-x_1)\cdot 240\cdot(1+a\cdot x_1)$$

Это парабола с ветвями вниз, её максимум достигается в вершине, поэтому оптимальное значение

$$x_1^* = 0.5 - 0.5/a$$

Заметим, что с учётом ограничения на x_1 и свойств параболы, для $a \in (0;1)$ выберем $x_1^* = 0$. Поскольку $a > 0$, $x_1 \in [0;1/2)$.

в) a — это «награда» за риск. Чем она больше, тем больший риск, начиная с некоторого уровня награды, возьмёт на себя менеджер.

г) Саша решает следующую задачу для $x_1, x_2, x_3 \in [0;1]$.

$$\max_{x_1,x_2,x_3\in[0;1]} 240\cdot(1+a\cdot x_1)(1-x_1)+240\cdot(1+x_1+2\cdot x_2)(1-x_2)+320\cdot(1+x_1+x_2+4\cdot x_3)(1-x_3)$$

[5] Если проект приносит прибыль S с вероятностью p и сумму 0 с вероятностью $(1-p)$, то ожидаемая прибыль проекта равна $p\cdot S$.

[6] Подсказка. Вам не требуется знание максимизации функций нескольких переменных. Используйте школьные знания из курса математики.

Можно решать эту задачу двумя методами. Первый — «школьный» — заметить, что это парабола с ветвями вниз относительно, например x_3. Подставить значение вершины, затем вновь заметить, что это парабола с ветвями вниз относительно x_2, повторить трюк с вершиной и в конце получить параболу с ветвями вниз относительно x_1. Второй способ, к которому могли прибегнуть школьники из математических классов, заключается в том, чтобы приравнять частные производные к нулю и проверить условие второго порядка через гессиан.[7]

Обсудим частую ошибку. Для решения задачи недостаточно сказать, что это парабола с ветвями вниз относительно каждой переменной и решить систему условий первого порядка. Рассмотрим простой контрпример $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 4xy$. Следуя такой логике, можно решить, что $(x, y) = (0, 0)$ — это точка глобального максимума функуии, что не будет правдой.

При любом корректном решении получим ответ: $x_1 = 2/3, x_2 = 1/3, x_3 = 1/4$.

д) $x_1 > x_2 > x_3$. Выгодно рисковать в начале, потому что это влияет на будущие выигрыши. Отдача от принятого риска более велика для риска, взятого в первые периоды.

е) Засчитывался любой пример, согласно которому риски в начале выгодны (например, брачный рынок или инвестиции в молодости). Пример должен быть обоснован.

По 2 балла за пункты (а) и (в), 3 балла за пункт (б), 10 баллов за решение пункта (г), по 5 баллов за пункты (д) и (е)

[7] Такое решение требует достаточного знания математического анализа. Заметим, что от школьников оно не требовалось, хотя и не запрещалось.

Задача 7. Мысли стратегически! (до 10 баллов)

Эта задача — игра, в которой участвуют все участники конкурса РЭШ. Ваш выигрыш зависит не только от вашего поведения, но и от поведения всех остальных конкурсантов. Больше о том, как люди взаимодействуют стратегически, можно узнать в подкасте РЭШ «Экономика на слух».

Игра состоится на поле размера 5×5, где ряды пронумерованы сверху вниз от 1 до 5, а столбцы — слева направо от A до E.

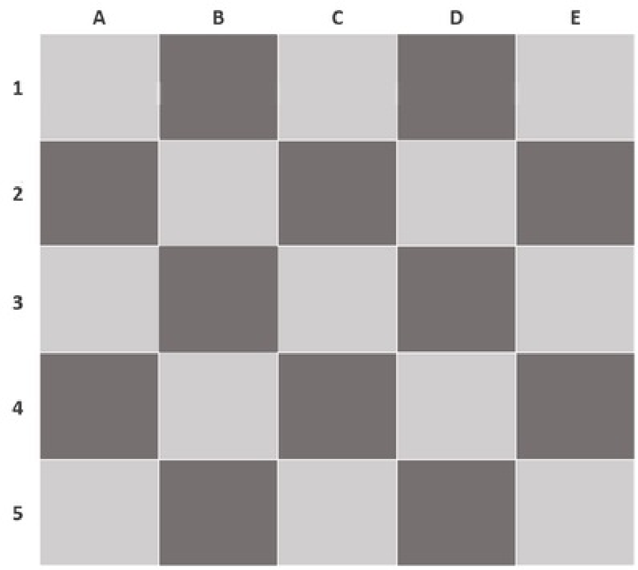

Рис. 2: Игровое поле

Каждая из фигур может «съесть» фигуры других участников согласно описанным ниже правилам. Набор фигур, которые Вы можете съесть, будет подсчитан после того, как все остальные участники выберут свои позиции и фигуры. Возможные варианты выбора фигур перечислены ниже.

- *Король*. Ест все фигуры, расположенные в соседних по диагонали, вертикали и горизонтали клетках. Не может есть фигуры, находящиеся в той же клетке, где он стоит. Так, из позиции C3 может съесть фигуры, расположенные на B2, B3, B4, C2, C4, D2, D3 и D4.
- *Слон*. Ест все фигуры, расположенные на той же диагонали, что и он, кроме тех, что находятся на его клетке. Так, из позиции C3 может съесть фигуры, расположенные на A1, A5, B2, B4, C2, C4, D1 и D5.
- *Ладья*. Ест все фигуры, расположенные на той же вертикали и горизонтали, что и она, кроме тех, что находятся на её клетке. Так, из позиции C3 может съесть фигуры, расположенные на A3, B3, C1, C2, C4, C5, D3, E3.
- *Домосед*. Ест все фигуры, расположенные в той же клетке, где и он. Так, из позиции C3 может съесть фигуры, расположенные на C3.
- *Путешественник*. Ест все фигуры, кроме соседних по диагонали, вертикали и горизонтали, а также тех, что расположены в той же клетке, что и он. Так, из позиции C3 может съесть фигуры, расположенные на A1, A2, A3, A4, A5, B1, B5, C1, C5, D1, D5, E1, E2, E3, E4 и E5.
- *Провинциал*. Независимо от расположения, ест только фигуры, расположенные на C3.

Первичные баллы, полученные в игре, определяются как разность «съеденных» Вами фигур и числа фигур, которые «съели» Вас. Итоговый балл, который будет суммироваться с баллами за остальные задачи, получается путём деления набранного Вами первичного балла на максимальный первичный балл, полученный кем-либо из участников Конкурса, и умножения полученного числа на 10. Затем полученное число округляется до целого. Если Ваш первичный балл отрицательный, за Задачу выставляется 0 баллов.

В ответе на Задачу вам необходимо выбрать ряд, столбец и фигуру. Удачи!

Решение

60% участников выбрали Путешественника, 15% — Короля , 12% — Ладью , 7% — Слона , 4% — Провинциала и около 3% — Слона. 10 баллов за Задачу получили Путешественники на E1 и Путешественники на E5