Российская экономическая школа
Проект «Экономика для школьников» (ILoveEconomics.ru)

XII Международный школьный конкурс РЭШ

4 марта — 11 апреля 2021 года

Школьный конкурс РЭШ — олимпиада по экономике для школьников. Конкурс проходит в заочном формате. К участию приглашаются школьники 7-11 классов. Задания конкурса не требуют наличия специальных экономических знаний; для их решения достаточно продемонстрировать умение проводить строгие логические и математические рассуждения об экономических сюжетах. Таким образом, в конкурсе могут успешно участвовать как школьники, никогда ранее не изучавшие экономику, так и те, кто уже успел познакомиться с ней в школе. Если вы не знакомы с экономикой как предметом, конкурс — это отличная возможность разобраться в том, как она устроена, решая интересные задачи. Если же вы из тех, кто уже имеет опыт участия в олимпиадах по экономике, конкурс может стать хорошей возможность проверить себя.

Победители и призеры конкурса получат дипломы и научно-популярную литературу по экономике, а также будут приглашены на церемонию вручения дипломов выпускникам РЭШ в Москве. Абсолютный победитель конкурса среди участников из 10-го класса также получит от РЭШ грант на участие в Летней экономической школе «I Love Economics», а абсолютный победитель среди школьников 11-го класса — электронный планшет.

Дипломы победителей и призеров приносят баллы за индивидуальные достижения при поступлении на «Совместную программу по экономике НИУ ВШЭ и РЭШ» и на программу «Экономика» факультета экономических наук НИУ ВШЭ. Удачи!

Сайт конкурса schoolcontest.nes.ru

Ответы на все задачи, кроме последней, должны быть приведены с объяснениями. Ответы без объяснений не засчитываются.

Задача 1. Соблазны очень юного экономиста (20 баллов)

Родители дали очень юному экономисту 20 конфет на три дня. В первый день он раскладывает конфеты на три кучки — на сегодня, завтра, и послезавтра — и съедает конфеты из первой кучки. Количество конфет при этом может быть только целым. С точки зрения первого дня, если он съест c_1 конфет сегодня, c_2 конфет завтра и c_3 послезавтра, то его общее удовлетворение описывается формулой

$$U_1 = \left(1 - \frac{1}{1 + c_1}\right) + 0{,}25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + c_2}\right) + 0{,}125 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + c_3}\right).$$

а) Определите оптимальное распределение конфет по дням если очень юный экономист максимизирует свое общее удовлетворение.

б) Пусть очень юный экономист в первый день съел конфеты в количестве, соответствующем распределенному на первый день в соответствии с предыдущим пунктом. Наступил второй день, и очень юный экономист имеет две кучки с конфетами. Предположим, что теперь его общее удовлетворение от c_2 съеденных в этот день конфет и c_3 съеденных на следующий день конфет описывается формулой

$$U_2 = \left(1 - \frac{1}{1 + c_2}\right) + 0.25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + c_3}\right).$$

Сколько конфет он съест во второй день, если он снова максимизирует свое общее удовлетворение? Будет ли во второй день он следовать плану, принятому в первый день?

в) Теперь предположим, что очень юный экономист уже не такой наивный: при планировании в первый день он понимает, что во второй день он захочет перераспределить конфеты, оставшиеся ему на два дня. Исходя из максимизации своего общего удовлетворения U_1, сколько он съест конфет в первый день при наилучшем планировании? Каково будет его распределение конфет по дням? Каково будет его общее удовлетворение согласно этому плану?

г) Предложите способ получить очень юному экономисту общее удовлетворение U_1 большее, чем то, которого он может достигнуть в предыдущем пункте.

Задача 2. ВВП (10 баллов)

Одним из главных показателей для макроэкономического анализа является валовой внутренний продукт (ВВП) страны. По его изменениям экономисты оценивают состояние экономики. Кроме того, интерес может представлять сравнительный анализ ВВП нескольких стран.

а) Найдите данные по ВВП России, Германии и США за 2019 год, предоставленные одним из агенств, регулярно публикующих данные по экономическому развитию стран. Укажите в ответе номинальные численные значения ВВП и источник данных.

б) Предположим, что нас интересует сравнение ВВП этих трех стран с точки зрения размера экономики и ее вклада в мировой ВВП. В чем сложность сравнения ВВП в этом случае? Какие данные, помимо номинального ВВП из пункта **а**), понадобятся для проведения сравнения?

в) Теперь нас интересует ВВП с точки зрения сравнения среднего благосостояния жителей этих стран. Как именно следует проводить такое сравнение и почему, какие нужны для этого данные, какой показатель из приводимых в статистических таблицах лучше использовать?

г) По каким экономическим причинам возникают сложности сравнения среднего благосостояния жителей через ВВП, на которые вы обратили внимание в предыдущем пункте? Приведите три причины.

Задача 3. Объемы и цены (20 баллов)

Фирма, производящая сладкую газированную воду, разливает ее в бутылки объемом q_1, которые затем выставляются на полки магазинов по цене p_1. Представим себе, что в какой-то момент фирма решает разливать воду в бутылки объемом $q_2 > q_1$.

а) Бутылки объемом $q_2 > q_1$ обычно выставляются на продажу по цене $p_2 < \frac{q_2}{q_1} p_1$. Например, одна бутылка объемом 1 л, как правило, дешевле, чем две бутылки по 0,5 л. Приведите (с объяснениями) две возможные экономические причины этого.

б) Может ли быть выгодным для фирмы выставлять на полки одновременно два вида бутылок — объемом q_1 и $q_2 > q_1$ по ценам p_1 и $p_2 \in \left(p_1, \frac{q_2}{q_1} p_1\right)$ соответственно? Дайте объяснение.

в) Иногда случается так, что бутылки объемом $q_2 > q_1$ могут выставляться на продажу по цене $p_2 < p_1$. На приведенной ниже картинке показаны такие цены, которые держались в магазине с сентября по декабрь 2020 года. Приведите возможные объяснения этому. Все предложенные вами объяснения будут оценены; три объяснения, набравшие наибольшее количество баллов, будут учтены в сумме баллов, набираемых за задачу.

Задача 4. Выборы (25 баллов)

В некоторой стране в президентской гонке участвуют два кандидата. Каждый из них объявляет свою политическую позицию, которую мы представим как действительное число от 0 до 1, где 0 — крайне «левая» позиция, а 1 — крайне «правая». Оба кандидата знают о том, что население страны делится на пять равных групп. Внутри каждой группы населения политические предпочтения у всех жителей одинаковы. Известно, что в i-й группе удовлетворенность типичного избирателя от голосования за кандидата, выбравшего позицию $x \in [0, 1]$, равна

$$U_i(x) = c_i - \left(x - \frac{i-1}{4}\right)^2,$$

где $c_i \geqslant 0$ — известные константы ($i = 1, 2, 3, 4, 5$). Если оба кандидата назвали такие числа, что удовлетворенность одной из групп от голосования за них одинакова, то члены этой группы распределяют свои голоса поровну за обоих кандидатов.

Президентом страны становится кандидат, набравший простое большинство голосов избирателей, **явившихся на выборы**. Если кандидаты набирают одинаковое число голосов, бросается жребий и каждый из них становится президентом с вероятностью 0,5. Давайте считать, что удовлетворенность кандидата, ставшего президентом без жребия, равна 1; удовлетворенность кандидата, вытягивающего жребий, равна 0,5; удовлетворенность кандидата, проигравшего президентскую гонку без жребия, равна 0.

Известно, что свою позицию сперва объявляет кандидат 1, и лишь затем свою позицию объявляет кандидат 2.

а) Верно ли, что если бы законы страны разрешали кандидатам называть одно и то же число, второй кандидат никогда бы не проигрывал в президентской гонке без жребия?

б) Какую позицию на политическом спектре (число от 0 до 1) имеет идеальный для i-ой группы кандидат?

в) В этом и следующих за ним пунктах будем считать, что по законам страны кандидаты не могут назвать одно и то же число. Предположим, что явка обязательна: каждый гражданин должен участвовать в выборах. Если $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5$, то верно ли, что первый кандидат всегда сможет стать президентом, не доходя до жребия?

г) Теперь пусть $c_1, \dots, c_5$ будут произвольными неотрицательными числами. По-прежнему ли верно, что первый кандидат всегда сможет стать президентом, не доходя до жребия?

д) Предположим теперь, что явка необязательна: i-ая группа приходит на выборы и голосует только если если $U_i(x) \geqslant 0$ хотя бы для одного из двух значений x, названных первым и вторым кандидатами. Пусть $c_1 = c_5 = c$, $c_2 = c_4 = 0{,}0625$, а $c_3 = 0{,}25$. При каких значениях c первый кандидат может решить занять позицию центриста (то есть выбрать число 0,5) и выиграть выборы без жребия?

Задача 5. Курьеры и вирусы (20 баллов)

В некотором городе $N = 100\,000$ жителей. Каждый месяц они покупают набор необходимых для жизни товаров. Покупки они могут осуществлять либо онлайн с доставкой курьером, либо отправляясь в магазин. Для каждого жителя обозначим за $x_1 \in [0,1]$ долю набора, который он покупает онлайн, а $x_2 = 1 - x_1$ будет, соответственно, доля набора товаров, который он покупает в магазине. При этом набор товаров считается бесконечно делимым, то есть в магазине возможна покупка любой доли $x_2 \in [0,1]$ набора. Предположим, что цены на товары при обоих способах покупки одинаковы, и курьерская служба за доставку плату не берет. Жители города не полностью доверяют покупкам онлайн: они считают, что, сделав заказ на долю x_1, они, возможно, реально получат долю $\tilde{x}_1 = \lambda x_1$ (с учетом качества доставляемых товаров), где $\lambda > 0$ и $\lambda < 1$. От покупки товаров житель получает полезность $u(x_1 + x_2)$ в случае, если товары были доставлены в полном объеме и надлежащем качестве, и $u(\tilde{x}_1 + x_2)$ в случае, если ему реально доставили из онлайн заказа только $\tilde{x}_1$. Принимая решение о том, какую долю x_1 набора товаров заказывать в данном месяце онлайн и какую долю $x_2 = 1 - x_1$ покупать в магазине, житель оценивает свою ожидаемую полезность от товаров как

$$au(x_1 + x_2) + (1 - a)u(\tilde{x}_1 + x_2),$$

где $a \in [0,1]$ представляет уровень доверия к онлайн покупкам. Из приведенной выше ожидаемой полезности вычитаются издержки на поход в магазин, которые равны cx_2, где $c > 0$ обозначает удельные издежки. При этом покупки онлайн сопряжены с ограничениями: если житель хочет купить онлайн положительную долю набора, то его заказ не должен быть меньше минимального, $x_1 \geqslant m$.

Предположим численно, что $u(z) = 10 - \frac{1}{z}$, $\lambda = \frac{1}{2}$, $m = \frac{1}{2}$. Кроме того, четверть жителей имеет удельные издержки от похода в магазин $c = 0{,}1$, для четверти жителей $c = 0{,}2$, еще для четверти жителей $c = 0{,}3$, и для оставшейся четверти жителей $c = 0{,}4$.

а) Предположим, что начальный уровень доверия всех жителей к онлайн покупкам равен $a = 0{,}3$. Сколько жителей будут делать ненулевые заказы онлайн?

б) Теперь предположим, что в связи с эпидемией и карантинными мерами издержки на поход в магазин выросли на 0,3 у всех групп жителей, при этом уровень доверия к онлайн покупкам у жителей пока не изменился. Сколько жителей в этих условиях будут делать ненулевые заказы онлайн?

в) За время эпидемии и размещения заказов онлайн теми, кто ранее этого не делал, уровень доверия жителей к онлайн покупкам вырос до 0,75. После окончания эпидемии и возврата издержек на поход в магазин к начальному уровню сколько жителей будут делать ненулевые заказы онлайн?

г) Теперь, после окончания эпидемии, курьерская служба решила ввести плату за доставку: за заказ x_1 набора придется заплатить $0{,}1x_1$. Сколько жителей будут делать ненулевые заказы онлайн? Назовем объемом обслуживания сумму величин x_1 по всем жителям города. На сколько объем обслуживания изменится после введения платы за доставку?

д) Одинаковы ли объемы обслуживания в пунктах **б)** и **в)**?

Задача 6. Партнеры

Эта задача представляет собой игру, в которую будут играть все участники конкурса этого года.

Представим себе деловое партнерство двух участников, которых мы будем называть Первый партнер и Второй партнер. В начале партнерства каждый из партнеров имеет одну единицу богатства, плюс имеется одна единица богатства в виде оборотного капитала. Партнеры действуют по очереди. На первом шаге Первый партнер принимает решение: забрать себе оборотный капитал и покинуть партнерство (с двумя единицами богатства), либо закупить на имеющуюся одну единицу капитала товаров. Если Первый партнер покидает партнерство сразу, то Второй партнер остается с одной единицей богатства, и на этом их взаимодействие заканчивается. Если Первый партнер закупает товары, то на втором шаге Второй партнер реализует товары и получает доход в количестве трех единиц богатства, из которых две единицы безоговорочно принадлежат ему, а одна единица остается в виде оборотного капитала. На втором шаге Второй партнер также принимает решение: забрать ли оборотный капитал себе и покинуть партнерство (получив четыре единицы богатства, оставив Первого партнера с одной единицей, и закончив на этом взаимодействие), либо закупить на одну единицу капитала товаров. Если Второй партнер закупает товары, то на третьем шаге Первый партнер реализует товары и получает доход в количестве трех единиц богатства, из которых две единицы безоговорочно принадлежат ему, а одна единица остается в виде оборотного капитала. Далее он снова принимает решение о выходе либо закупке товаров, и процесс продолжается по описанной схеме, в которой Первый партнер принимает решение на нечетных шагах, а Второй — на четных. По условию партнерство действует не более восьми шагов: если оно не прекращено ранее, то на восьмом шаге Второй партнер уже не принимает решение, а забирает доход от реализации товаров себе, и партнерство прекращается. В итоге, в зависимости от того, на каком шаге партнерство прекращается, партнеры имеют по завершении партнерства богатство согласно приведенной ниже таблице.

Шаг	1	2	3	4	5	6	7	8
Первый партнер	2	1	4	3	6	5	8	7
Второй партнер	1	4	3	6	5	8	7	10

В эту игру играют все участники конкурса, давшие допустимый ответ в этой задаче. В качестве ответа вам следует указать два числа: номер шага, на котором вы прекращаете партнерство если играете за Первого партнера (то есть, число 1, 3, 5, 7, либо 9 если вы партнерство по своей инициативе не прекращаете), и номер шага, на котором вы прекращаете партнерство если играете за Второго партнера (то есть число 2, 4, 6 либо 8). Каждый участник сыграет с каждым, включая самого себя, по одному разу в обеих ролях (Первого партнера и Второго партнера). В итоге, если в данной коллективной игре принимает участие N участников конкурса, то для каждого участника определяются $2N$ чисел, представляющих собой богатство, с которым он остается после прекращения партнерства. Баллы, присуждаемые за ваш ответ в этой задаче, вычисляются как среднее арифметическое этих $2N$ чисел, округленное до ближайшего целого.