Задача 1: Соблазны очень юного экономиста

(20 баллов) Родители дали очень юному экономисту 20 конфет на три дня. В первый день он раскладывает конфеты на три кучки — на сегодня, завтра, и послезавтра, — и съедает конфеты из первой кучки. Количество конфет при этом может быть только целым. С точки зрения первого дня, если он съест c_1 конфет сегодня, c_2 конфет завтра и c_3 послезавтра, то его общее удовлетворение описывается формулой $U_1 = \left(1 - \frac{1}{1+c_1}\right) + 0{,}25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_2}\right) + 0{,}125 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_3}\right)$.

(а) Определите оптимальное распределение конфет по дням если очень юный экономист максимизирует свое общее удовлетворение.

(б) Пусть очень юный экономист в первый день съел конфеты в количестве, соответствующем распределенному на первый день в соответствии с предыдущим пунктом. Наступил второй день, и очень юный экономист имеет две кучки с конфетами. Предположим, что теперь его общее удовлетворение от c_2 съеденных в этот день конфет и c_3 съеденных на следующий день конфет описывается формулой $U_2 = \left(1 - \frac{1}{1+c_2}\right) + 0{,}25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_3}\right)$. Сколько конфет он съест во второй день, если он снова максимизирует свое общее удовлетворение? Будет ли во второй день он следовать плану, принятому в первый день?

(в) Теперь предположим, что очень юный экономист уже не такой наивный: при планировании в первый день он понимает, что во второй день он захочет перераспределить конфеты, оставшиеся ему на два дня. Исходя из максимизации своего общего удовлетворения U_1, сколько он съест конфет в первый день при наилучшем планировании? Каково будет его распределение конфет по дням? Каково будет его общее удовлетворение согласно этому плану?

(г) Предложите способ получить очень юному экономисту общее удовлетворение U_1 большее, чем то, которого он может достигнуть в предыдущем пункте.

Указания к решению.

(а) Данная задача была бы стандартной задачей выбора потребителя, если бы не тот факт, что количеству конфет разрешено быть только целочисленным. С ограничением целочисленности искать оптимальный выбор можно разными способами.

Подходом "в лоб" можно получить следующее решение. Давайте сначала будем искать оптимальный план потребления конфет при нескольких фиксированных значениях выбора c_1. Например, при $c_1 = 12$ можно определить, что значение U_1 при подстановке $c_1 = 12$ и $c_3 = 20 - 12 - c_2$ возрастает при $c_2 \le 4$ и убывает при $c_2 \ge 5$ — это можно установить с помощью дифференцирования или каким-нибудь другим способом. Далее, подставив и сравнив значения U_1 при $c_1 = 12$, $c_2 = 5$, $c_3 = 3$ и при $c_1 = 12$, $c_2 = 4$, $c_3 = 4$ можно определить, что при $c_1 = 12$ оптимальным распределением конфет будет именно $c_1 = 12$, $c_2 = 5$, $c_3 = 3$, которое дает удовлетворенность $U_1 = \frac{1529}{1248} \approx 1{,}22516$. Аналогично при $c_1 = 11$ можно определить, что значение U_1 возрастает при $c_2 \le 5$ и убывает при $c_2 \ge 6$, и что при $c_1 = 11$ оптимальным распределением конфет будет $c_1 = 11$, $c_2 = 6$, $c_3 = 3$, которое дает удовлетворенность $U_1 = \frac{117}{112} \approx 1{,}22470$.

Может ли значение $c_1 < 11$ и $c_1 > 12$ дать большую удовлетворенность? Истинная удовлетворенность, равная значению U_1

$$\left(1 - \frac{1}{1+c_1}\right) + 0{,}25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_2}\right) + 0{,}125 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+20-c_1-c_2}\right)$$

при оптимальном *целочисленном* выборе значения c_2 не превышает значение этого выражения, в которое подставлено оптимальное *нецелочисленное* значение c_2. Как можно вычислить, это оптимальное нецелочисленное значение равно $43 - 22\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2})c_1$. Далее можно выяснить, что выражение U_1 в которое подставлено $c_3 = 20 - c_1 - c_2$ и $c_2 = 43 - 22\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2})c_1$, возрастает при $c_1 \leq 11$ и убывает при $c_1 \geq 12$. (Вместо дифференцирования в этом также можно убедиться просто подставляя в выражение значения $c_1 = 0, 1, 2, \ldots, 10$ и $c_1 = 13, 14, \ldots, 20$.) Таким образом, оптимальное распределение конфет по дням — это $c_1 = 12$, $c_2 = 5$, $c_3 = 3$.

При решении этой задачи типичными логическими ошибками были следующие. Некоторые участники конкурса находили распределение конфет без учета целочисленности, а затем округляли полученные значения до целочисленных. Данный подход, разумеется, совсем не гарантирует оптимальности полученных чисел и является довольно серьезной ошибкой. Другие участники находили распределение конфет с учетом целочисленности, которое обладает тем свойством, что в нем невозможно переложить одну конфету из кучки, предназначенной для одного из дней, в другую кучку не ухудшив при этом общую удовлетворенность. Этот подход содержит в себе более тонкий изъян — невозможность улучшить удовлетворенность путем перекладывания одной конфеты не гарантирует (без дополнительного анализа) невозможности улучшить полезность путем какой-то более сложной схемы перераспределения конфет по дням.

(б) Нет, он не будет следовать плану, выбранному в пункте (а). Если в первый день он съел 12 конфет, то на второй день у него осталось 8 конфет (в двух кучках). Максимизируя функцию $U_2(c_2, 8 - c_2)$, можно увидеть, что он выберет $c_2 = 6$ (и, соответственно, $c_3 = 2$). В этом пункте важно понять, что максимизация U_2 по c_2 и c_3 вступает в противоречие с максимизацией U_1 по c_2 и c_3 при фиксированном c_1.

(в) В данном пункте очень юный экономист по-прежнему желает получить максимальное значение $U_1 = \left(1 - \frac{1}{1+c_1}\right) + 0{,}25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_2}\right) + 0{,}125 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_3}\right)$, но при этом он, по сути, выбирает только значение c_1, в то время как значения c_2 и c_3 выбираются исходя из других принципов по сравнению с пунктом (а) — максимизируя $\left(1 - \frac{1}{1+c_2}\right) + 0{,}25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_3}\right)$, а не $0{,}25 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_2}\right) + 0{,}125 \cdot \left(1 - \frac{1}{1+c_3}\right)$.

Из пункта (б) следует, что если очень юный экономист выберет $c_1 = 12$, то затем он будет есть конфеты по схеме $c_2 = 6$ и $c_3 = 2$, и его общее удовлетворение (то есть удовлетворение от трех дней потребления конфет) равно $U_1(12, 6, 2) = 1{,}22070$. Анализом, похожим на проделанный в пункте (а), можно найти, что наибольшее удовлетворение приносит потребление $c_1 = 11$, при котором во второй день он выберет $c_2 = 6$ и $c_3 = 3$.

Основной ошибкой при решении данного пункта была путаница с тем, какая функция и по каким параметрам максимизируется.

(г) Как мы видим, очень юному экономисту не хватает самоконтроля для того, чтобы реализовать оптимальный (для него) план действий. Такие ситуации в реальной жизни встречаются довольно часто. Люди могут оказаться не в состоянии отложить что-то приятное (например, покупку) до оптимального для этого момента. Либо оказываются не в состоянии сделать что-то неприятное или трудоемкое в оптимальное для этого время и откладывают это на последний момент — это является проявлением того же самого феномена. Очень юному экономисту требуется какой-то внешний фактор. Самый простой — попросить родителей выдавать ему конфеты не сразу, а по дням согласно выбранному им плану.

Задача 2: ВВП

(10 баллов) Одним из главных показателей для макроэкономического анализа является валовой внутренний продукт (ВВП) страны. По его изменениям экономисты оценивают состояние экономики. Кроме того, интерес может представлять сравнительный анализ ВВП нескольких стран.

(а) Найдите данные по ВВП России, Германии и США за 2019 год, предоставленные одним из агенств, регулярно публикующих данные по экономическому развитию стран. Укажите в ответе номинальные численные значения ВВП и источник данных.

(б) Предположим, что нас интересует сравнение ВВП этих трех стран с точки зрения размера экономики и ее вклада в мировой ВВП. В чем сложность сравнения ВВП в этом случае? Какие данные, помимо номинального ВВП, который вы нашли в пункте (а), понадобятся для проведения сравнения?

Указания к решению. Курсы валют

(в) Теперь предположим, что нас интересует ВВП с точки зрения сравнения среднего благосостояния жителей этих стран. Как именно следует проводить такое сравнение и почему, какие нужны для этого данные, какой показатель из приводимых в статистических таблицах лучше использовать?

Указания к решению. Базовый момент — страны отличаются по количеству жителей.

Кроме того, одна и та же потребительская корзина в разных странах имеет разную стоимость даже если ее привести, например, к долларам.

Дополнительная сложность — в разных странах различаются и потребительские корзины.

Из стандартных показателей, табулируемых различными международными агенствами, ориентироваться можно на ВВП на душу населения, определенный по паритету покупательной способности.

(г) По каким экономическим причинам возникают сложности сравнения среднего благосостояния жителей через ВВП, на которые вы обратили внимание в предыдущем пункте? Приведите три причины.

Указания к решению. Цены на одну и ту же потребительскую корзину могут различаться в разных странах по ряду причин. Основными являются 1) неторгуемые товары и услуги (жилье, товары с высоким содержанием труда в стоимости); 2) налоги. Также играют роль неналоговые ограничения на импорт; стоимость доставки товаров, не производимых локально; возможное несовершенство конкуренции на локальном рынке; и другие.

Задача 3: Объемы и цены

(20 баллов) Фирма, производящая сладкую газированную воду, разливает ее в бутылки объемом q_1, которые затем выставляются на полки магазинов по цене p_1. Представим себе, что в какой-то момент фирма решает разливать воду в бутылки объемом $q_2 > q_1$.

(а) Бутылки объемом $q_2 > q_1$ обычно выставляются на продажу по цене $p_2 < \frac{q_2}{q_1} p_1$. Например, одна бутылка объемом 1 л, как правило, дешевле, чем две бутылки по 0,5 л. Приведите (с объяснениями) две возможные экономические причины этого.

Указания к решению. Наиболее часто встречающиеся хорошие объяснения.

1) Отдача от масштаба. Бутылка большего объема часто дешевле, чем бутылка меньшего объема, в пересчете на литры, поэтому есть ценовая причина, почему маленькие бутылки выглядят дороже на 1 литр. В частности, альтернативные издержки, связанные с тем, что бутылки занимают место на полках, издержки на разгрузку и на то, чтобы расставить бутылки на полки, определяются скорее количеством бутылок, чем их объемом.

2) Для большинства товаров действует закон убывания предельной полезности. Соответственно, у покупателей готовность платить за единицу объема будет меньше если им предлагать напиток в большем количестве.

Плохие идеи: "так выгодно фирме", "делать $p_2 > (q_2/q_1)p_1$ означает что потребитель просто купит две маленькие бутылки", "люди любят экономить", "производитель хочет сбыть товар".

(б) Может ли быть выгодным для фирмы выставлять на полки одновременно два вида бутылок — объемом q_1 и $q_2 > q_1$ по ценам p_1 и $p_2 \in \left(p_1, \frac{q_2}{q_1}p_1\right)$, соответственно? Дайте объяснение.

Указания к решению. Может. Если в магазине присутствует только один объем бутылок, то кто-то из потенциальных покупателей может не купить ничего потому как ему не подходит присутствующий объем. Например, кому-то бутылки объемом q_1 может быть мало, он был бы готов купить бутылку объемом q_2 и заплатить больше, но не готов купить две бутылки объемом q_1. Предлагая выбор, фирма может увеличить спрос.

Другие хорошие идеи: показное потребление — может оказаться, что люди хотят пафосно потреблять более дорогой товар; гетерогенные потребители — возможно те, кто покупает маленькие бутылки (велосипедисты) отличаются от тех, кто покупают большие (домохозяйки).

Плохие идеи: "фирме выгодно", "чтобы обмануть потребителя".

(в) Иногда случается так, что бутылки объемом $q_2 > q_1$ могут выставляться на продажу по цене $p_2 < p_1$. На приведенной ниже картинке показаны такие цены, которые держались в магазине с сентября по декабрь 2020 года. Приведите возможные объяснения этому. Все предложенные вами объяснения будут оценены; три объяснения, набравшие наибольшее количество баллов, будут учтены в сумме баллов, набираемых за задачу.

Указания к решению. Некоторые хорошие идеи.

1) Возможно, "велосипедисты"готовы платить и 2 фунта за маленькую бутылку, тогда для остальных можно увеличить спрос если продать бутылку побольше по цене ниже цены маленькой.

2) Приучение: сладкие напитки вызывают привыкание. Через полгода можно поднять цену большой бутылки и получать гораздо больше.

3) Бутылки разных объемов не только не являются полными конкурентами, но еще и могут по-разному взаимодействовать с другими товарами (в плане комплементарности или заменимости). Если эффекты взаимодействия достаточно сильны, то цены разных бутылок могут отличаться в любую сторону.

Плохие идеи: "предновогодний сезон" (любой сезон — предновогодний, а также постновогодний), "коронавирус повлиял", "надо распродать остатки со склада", "бракованная партия", "государство так решило".

Задача 4: Выборы

(25 баллов) В некоторой стране в президентской гонке участвуют два кандидата. Каждый из них объявляет свою политическую позицию, которую мы представим как действительное число от 0 до 1, где 0 — крайне «левая» позиция, а 1 — крайне «правая». Оба кандидата знают о том, что население страны делится на пять равных групп. Внутри каждой группы населения политические предпочтения у всех жителей одинаковы. Известно, что в i-й группе удовлетворенность типичного избирателя от голосования за кандидата, выбравшего позицию $x \in [0,1]$, равна $U_i(x) = c_i - \left(x - \frac{i-1}{4}\right)^2$, где $c_i \geq 0$ — известные константы ($i = 1,2,3,4,5$). Если оба кандидата назвали такие числа, что удовлетворенность одной из групп от голосования за них одинакова, то члены этой группы распределяют свои голоса поровну за обоих кандидатов.

Президентом страны становится кандидат, набравший простое большинство голосов избирателей, **явившихся на выборы**. Если кандидаты набирают одинаковое число голосов, бросается жребий и каждый из них становится президентом с вероятностью 0,5. Давайте считать, что удовлетворенность кандидата, ставшего президентом без жребия, равна 1; удовлетворенность кандидата, вытягивающего жребий, равна 0,5; удовлетворенность кандидата, проигравшего президентскую гонку без жребия, равна 0.

Известно, что свою позицию сперва объявляет кандидат 1, и лишь затем свою позицию объявляет кандидат 2.

(а) Верно ли, что если бы законы страны разрешали кандидатам называть одно и то же число, второй кандидат никогда бы не проигрывал в президентской гонке без жребия?

(б) Какую позицию на политическом спектре (число от 0 до 1) имеет идеальный для i-ой группы кандидат?

(в) В этом и следующих за ним пунктах будем считать, что по законам страны кандидаты не могут назвать одно и то же число. Предположим, что явка обязательна: каждый гражданин должен участвовать в выборах. Если $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5$, то верно ли, что первый кандидат всегда сможет стать президентом, не доходя до жребия?

(г) Теперь пусть $c_1, \ldots, c_5$ будут произвольными неотрицательными числами. По-прежнему ли верно, что первый кандидат всегда сможет стать президентом, не доходя до жребия?

(д) Предположим теперь, что явка необязательна: i-ая группа приходит на выборы и голосует только если если $U_i(x) \geq 0$ хотя бы для одного из двух значений x, названных первым и вторым кандидатами. Пусть $c_1 = c_5 = c$, $c_2 = c_4 = 0{,}0625$, а $c_3 = 0{,}25$. При каких значениях c первый кандидат может решить занять позицию центриста (то есть выбрать число 0,5) и выиграть выборы без жребия?

Указания к решению.

(а) Верно. Второй кандидат всегда может повторить позицию первого, и в этом случае выборы с необходимостью решаются путем жребия.

(б) Для i-ой группы идеальная позиция $x = \frac{i-1}{4}$ — это максимум квадратичной функции.

(в) Верно. Первый кандидат может выбрать позицию $x_1 = 0{,}5$ — идеальную позицию медианного избирателя. Если второй кандидат выберет $x_2 > x_1$, то за первого проголосует строгое большинство (группы избирателей 1–3), а если $x_2 < x_1$, то тоже строгое большинство (группы 3–5).

(г) Несмотря на то, что картина удовлетворенности избирателей перестает быть симметричной, утверждение по-прежнему верно — приведенный выше анализ справедлив и в этом случае; константы не влияют на *относительное* предпочтение группой избирателей первого либо второго кандидата.

(д) При $c = 0$ либо $c \geq 0{,}25$.

При $c = 0$ и выборе первым кандидатом позиции $x_1 = 0{,}5$ у второго кандидата есть возможность выбрать позицию четырьмя принципиально отличающимися способами: $x_2 = 1$, $0{,}5 < x_2 < 1$, $0 < x_2 < 0{,}5$ и $x_2 = 0$. При $x_2 = 1$ первый кандидат получает долю 0,5 от всех избирателей, второй 0,3, и одна группа избирателей на выборы не приходит; тем самым выборы выигрывает первый кандидат. При $0{,}5 < x_2 < 1$ первый кандидат получает долю 0,4 от всех избирателей, второй 0,2, и две группы избирателей на выборы не приходят. Остальные два случая аналогичны.

При $c \geq 0{,}25$ и $x_1 = 0{,}5$ в выборах принимают участие все избиратели, и мы имеем такую же ситуацию, как и в пункте (г).

При $0 < c < 0{,}25$ второй кандидат может выбрать позицию $0{,}5 < x_2 < 1$ так, чтобы пятая группа избирателей пришла на выборы, и получить голоса двух групп (четвертой и пятой), в то время как первый кандидат получает голоса тоже двух групп (второй и третьей), а первая группа на выборы не приходит. Выборы решаются жребием.

Задача 5: Курьеры и вирусы

(25 баллов) В некотором городе $N = 100\,000$ жителей. Каждый месяц они покупают набор необходимых для жизни товаров. Покупки они могут осуществлять либо онлайн с доставкой

курьером, либо отправляясь в магазин. Для каждого жителя обозначим за $x_1 \in [0,1]$ долю набора, который он покупает онлайн, а $x_2 = 1 - x_1$ будет, соответственно, доля набора товаров, который он покупает в магазине. При этом набор товаров считается бесконечно делимым, то есть в магазине возможна покупка любой доли $x_2 \in [0,1]$ набора. Предположим, что цены на товары при обоих способах покупки одинаковы, и курьерская служба за доставку плату не берет. Жители города не полностью доверяют покупкам онлайн: они считают, что, сделав заказ на долю x_1, они, возможно, реально получат долю $\tilde{x}_1 = \lambda x_1$ (с учетом качества доставляемых товаров), где $\lambda > 0$ и $\lambda < 1$. От покупки товаров житель получает полезность $u(x_1+x_2)$ в случае, если товары были доставлены в полном объеме и надлежащем качестве, и $u(\tilde{x}_1 + x_2)$ в случае, если ему реально доставили из онлайн заказа только $\tilde{x}_1$. Принимая решение о том, какую долю x_1 набора товаров заказывать в данном месяце онлайн и какую долю $x_2 = 1 - x_1$ покупать в магазине, житель оценивает свою ожидаемую полезность от товаров как

$$au(x_1 + x_2) + (1 - a)u(\tilde{x}_1 + x_2),$$

где $a \in [0,1]$ представляет уровень доверия к онлайн покупкам. Из приведенной выше ожидаемой полезности вычитаются издержки на поход в магазин, которые равны cx_2, где $c > 0$ обозначает удельные издежки. При этом покупки онлайн сопряжены с ограничениями: если житель хочет купить онлайн положительную долю набора, то его заказ не должен быть меньше минимального, $x_1 \geq m$.

Предположим численно, что $u(z) = 10 - \frac{1}{z}$, $\lambda = \frac{1}{2}$, $m = \frac{1}{2}$. Кроме того, четверть жителей имеет удельные издержки от похода в магазин $c = 0{,}1$, для четверти жителей $c = 0{,}2$, еще для четверти жителей $c = 0{,}3$, и для оставшейся четверти жителей $c = 0{,}4$.

(а) Предположим, что начальный уровень доверия всех жителей к онлайн покупкам равен $a = 0{,}3$. Сколько жителей будут делать ненулевые заказы онлайн?

Указания к решению. Ответ: 0.

(б) Теперь предположим, что в связи с эпидемией и карантинными мерами издержки на поход в магазин выросли на 0,3 у всех групп жителей, при этом уровень доверия к онлайн покупкам у жителей пока не изменился. Сколько жителей в этих условиях будут делать ненулевые заказы онлайн?

Указания к решению. Житель решает задачу о выборе оптимального x_1, который максимизирует

$$a\,u(1) + (1 - a)\,u\bigl(1 - (1 - \lambda)x_1\bigr) - c\,(1 - x_1),$$

где x_1 выбирается из множества $\{0\} \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right]$, а x_2 определяется как $1 - x_1$. Вышеприведенную функцию можно дифференцировать, и ее максимум достигается в точке $x_1^* = 2 - \sqrt{\frac{2(1-a)}{c}}$, если эта точка попадает в интервал $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$. Если же x_1^* попадает в интервал $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, то необходимо вычислить значение максимизируемой функции в точках 0 и $\frac{1}{2}$ и определить ту, в которой это значение больше.

Таким образом, в каждом пункте необходимо проделать такие вычисления для параметра a, соответствующего условию этого пункта, и значений c для каждой из групп жителей.

Ответ в данном пункте: 75 000 (три группы).

(в) За время эпидемии и размещения заказов онлайн теми, кто ранее этого не делал, уровень доверия жителей к онлайн покупкам вырос до 0,75. После окончания эпидемии и возврата издержек на поход в магазин к начальному уровню сколько жителей будут делать ненулевые заказы онлайн?

Указания к решению. Ответ: 75 000 (три группы). Для группы с минимальными издержками от похода в магазин, $c = 0{,}1$, по-прежнему выгоднее ходить в магазин по сравнению с минимальным заказом онлайн:

$$10 - \frac{1}{1} - 0{,}1 > 10 - 0{,}75\frac{1}{1} - 0{,}25\frac{1}{0{,}75} - 0{,}5 \cdot 0{,}1$$

(г) Теперь, после окончания эпидемии, курьерская служба решила ввести плату за доставку: за заказ x_1 набора придется заплатить $0{,}1x_1$. Сколько жителей будут делать ненулевые заказы онлайн? Назовем объемом обслуживания сумму величин x_1 по всем жителям города. На сколько объем обслуживания изменится после введения платы за доставку?

Указания к решению. Можно заметить, что, с точки зрения выбора оптимального поведения жителем, плата за доставку онлайн заказа эквивалентна снижению удельных издержек от похода в магазин на 0,1. Ответ в этом пункте: 50 000 жителей (2 группы); объем обслуживания упадет на $12500(4 - \sqrt{5}) \approx 220492$.

(д) Одинаковы ли объемы обслуживания в пунктах (б) и (в)?

Указания к решению. Нет, в п. (в) покупают онлайн те же жители, но в большем объеме (меньше заказов минимального размера).

Задача 6: Партнеры

Эта задача представляет собой игру, в которую будут играть все участники конкурса этого года.

Представим себе деловое партнерство двух участников, которых мы будем называть Первый партнер и Второй партнер. В начале партнерства каждый из партнеров имеет одну единицу богатства, плюс имеется одна единица богатства в виде оборотного капитала. Партнеры действуют по очереди. На первом шаге Первый партнер принимает решение: забрать себе оборотный капитал и покинуть партнерство (с двумя единицами богатства), либо закупить на имеющуюся одну единицу капитала товаров. Если Первый партнер покидает партнерство сразу, то Второй партнер остается с одной единицей богатства, и на этом их взаимодействие заканчивается. Если Первый партнер закупает товары, то на втором шаге Второй партнер реализует товары и получает доход в количестве трех единиц богатства, из которых две единицы безоговорочно принадлежат ему, а одна единица остается в виде оборотного капитала. На втором шаге Второй партнер также принимает решение: забрать ли оборотный капитал себе и покинуть партнерство (получив четыре единицы богатства, оставив Первого партнера с одной единицей, и закончив на этом взаимодействие), либо закупить на одну единицу капитала товаров. Если Второй партнер закупает товары, то на третьем шаге Первый партнер реализует товары и получает доход в количестве трех единиц богатства, из которых две единицы безоговорочно принадлежат ему, а одна единица остается в виде оборотного капитала. Далее он снова принимает решение о выходе либо закупке товаров, и процесс продолжается по описанной схеме, в которой Первый партнер принимает решение на нечетных шагах, а Второй — на четных. По условию партнерство действует не более восьми шагов: если оно не прекращено ранее, то на восьмом шаге Второй партнер уже не принимает решение, а забирает доход от реализации товаров себе, и партнерство прекращается. В итоге, в зависимости от того, на каком шаге партнерство прекращается, партнеры имеют по завершении партнерства богатство согласно приведенной ниже таблице.

Шаг	Первый партнер	Второй партнер
1	2	1
2	1	4
3	4	3
4	3	6
5	6	5
6	5	8
7	8	7
8	7	10

В эту игру играют все участники конкурса, давшие допустимый ответ в этой задаче. В качестве ответа вам следует указать два числа: номер шага, на котором вы прекращаете партнерство если играете за Первого партнера (то есть, число 1, 3, 5, 7, либо 9 если вы партнерство по своей инициативе не прекращаете), и номер шага, на котором вы прекращаете партнерство если играете за Второго партнера (то есть, число 2, 4, 6 либо 8). Каждый участник сыграет с каждым, включая самого себя, по одному разу в обеих ролях (Первого партнера и Второго партнера). В итоге, если в данной коллективной игре принимает участие N участников конкурса, то для каждого участника определяются $2N$ чисел, представляющих собой богатство, с которым он остается после прекращения партнерства. Баллы, присуждаемые за ваш ответ в этой задаче вычисляются как среднее арифметическое этих $2N$ чисел, округленное до ближайшего целого.

Указания к решению. В этой задаче не существует единственно правильного ответа — многое зависит от ваших ожиданий того, что будут делать те, с кем вы играете. В этом году в роли Первого партнера 25% участников выбрало 1, 31% выбрало 7, и 7% выбрало ответ 9. В роли Второго партнера 26% выбрало 2, и 28% выбрало 8. Среднее количество баллов, набранное в игре участником конкурса — 3.97.