

МОСКОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ЭКОНОМИКЕ
г. Москва

9-й класс

ЗАДАЧИ

Дата написания	1 марта 2014 г.
Количество заданий	3
Сумма баллов	100
Время написания	60 минут

Решения

Задача № 1. «Бутерброды-XY»**(30 баллов)**

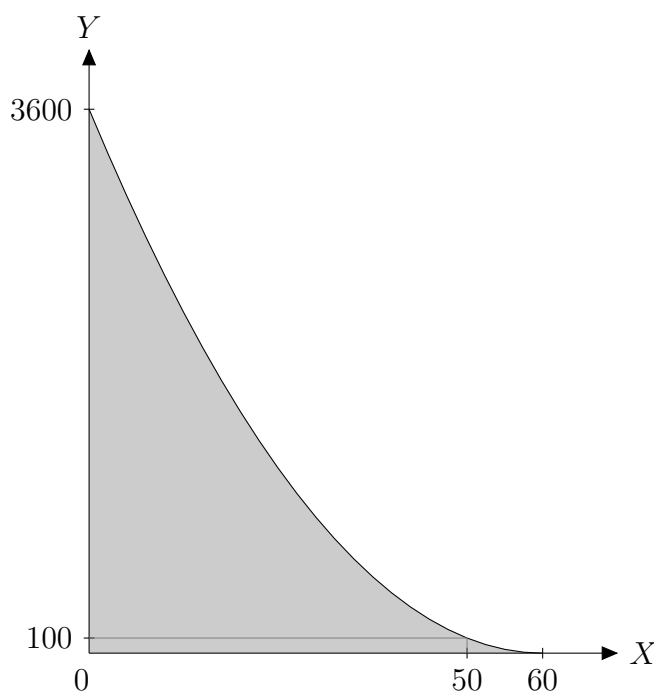
В стране Гамма производятся только товар X и товар Y , капитал является единственным фактором производства. Технологии производства товаров задаются уравнениями $q_x = K_x$, $q_y = K_y^2$. Общий запас капитала в экономике равен 60.

а) Изобразите на графике в координатах $(X; Y)$ множество наборов, которые могут произвести жители страны Гамма.

б) Жители страны Гамма потребляют эти товары только в виде бутербродов, намазывая на единицу товара X две единицы товара Y . Чем больше бутербродов они съедят, тем лучше себя чувствуют. Предположим, распределение ресурса между производством товаров осуществляется мудрым правителем, который заботится только о благосостоянии граждан. Сколько бутербродов смогут съесть жители страны Гамма? Отметьте соответствующую точку на КПВ.

Решение

а) $K_x = q_x$, $K_y = \sqrt{q_y}$, $K_x + K_y \leq 60$ отсюда $X + \sqrt{Y} \leq 60$ — допустимое множество.



б) Находим на этой кривой точку $2X = Y$, получаем $X = 50$, $Y = 100$. Это соответствует 50 бутербродам.

Критерии

а) **(15 баллов)**

3 балла снимается, если допустимое множество не заштриховано (построена только КПВ). За весь пункт ставится 2 балла, если только правильно отмечены крайние точки (а КПВ построена неверно или не построена).

б) **(15 баллов)**

Снимается 1 балл за арифметическую ошибку.

Снимается 7 баллов, если пропорция рассчитана наоборот ($X = 2Y$).

Снимается 5 баллов, если точка найдена, но не отмечена на графике.

Задача № 2. «Тонкая настройка»**(30 баллов)**

Сеть салонов связи «Свяжи» продает 3G-модемы. Стоимость модема составляет 2000 у.е. Покупатель модема может прямо в салоне воспользоваться услугой по его настройке или настроить его самостоятельно. Настройка в салоне стоит 600 у.е.

Потребитель Поулсон обладает картой лояльности сети «Свяжи», которая дает ему скидку 20% на все товары (но не услуги) сети. Но, покупая модем со скидкой, Поулсон обязан настроить его в сети «Свяжи». Когда Поулсон приходит в салон, чтобы купить модем, он узнает, что является 100-м покупателем за день и ему полагается скидка 50% на услугу по настройке модема. Если Поулсон воспользуется картой лояльности, то данное предложение (100-й покупатель) действовать не будет.

Поулсон подумал: «А не проще ли вообще настроить модем самому?». Он спросил у консультанта: «Сколько может занять настройка модема?», — на что получил ответ: «Обычно от одного часа до восьми часов — зависит от вашей компьютерной смекалки». В какую сумму должен Поулсен ценить час своего времени, чтобы, независимо от своей компьютерной грамотности...

- а) он захотел воспользоваться скидкой для 100-го покупателя?
- б) он захотел воспользоваться картой лояльности?
- в) он решил настроить модем самостоятельно?

Решение

Посчитаем издержки на каждый вариант:

Скидка 100-го покупателя: $2000 + 600 \times (1 - 0,5) = 2300$.

Скидка по карте лояльности: $2000 \times (1 - 0,2) + 600 = 2200$.

Самостоятельная настройка: $2000 + tx$, где t — время на настройку, а x — оценка часа свободного времени.

а) Сравнивая стоимость первых двух вариантов, можно заключить, что скидка 100-го покупателя не будет использована *ни при какой* цене свободного времени.

б) Чтобы карта лояльности была выгоднее самостоятельной настройки, неравенство $2200 < 2000 + t \times x$ должно быть выполнено при любом $t \in [1; 8]$. При этом увеличение t лишь усиливает неравенство, поэтому достаточно решить его для $t = 1$. Получаем $x > 200$.

в) Чтобы самостоятельная настройка была выгоднее карты лояльности, неравенство $2200 > 2000 + t \times x$ должно быть выполнено при любом $t \in [1; 8]$. При этом уменьшение t лишь усиливает неравенство, поэтому достаточно решить его для $t = 8$. Получаем $x < 25$.

Критерии

Выделено три варианта — 3 балла.

Посчитана стоимость каждого варианта — по 3 балла, всего 9 баллов.

- а) 4 балла.
- б) 7 баллов.
- в) 7 баллов.

Задача № 3. «Электроники-9»**(40 баллов)**

Фирма «Электроник- N » осуществляет производство и распределение электроэнергии в городе N . Если компания производит электроэнергию сама, то она несет издержки 2 млн руб. в месяц, а также 10 руб. за каждый произведенный кВт·ч электроэнергии. При этом «Электроник- N » может произвести не более 1 000 тыс. кВт·ч электроэнергии в месяц. Кроме того, фирма может купить любое количество электроэнергии по 15 руб. за кВт·ч у электростанции «Электроник- A », расположенной в городе A , и продать своим потребителям.

Администрация города N согласна купить у фирмы «Электроник- N » не более 800 тыс. кВт·ч в месяц по цене не более 12 руб. Частная производственная фирма может купить у фирмы не более 500 тыс. кВт·ч в месяц по цене не более 16 руб. Других клиентов у фирмы нет.

а) Если «Электроник- N » может назначить разные цены для разных потребителей, то сколько электроэнергии он будет производить и продавать? Какую прибыль он получит?

б) Предположим, администрация города обязала фирму назначать единую цену за кВт·ч для всех потребителей. Ответьте на вопросы пункта а) в этом случае. Кто выигрывает и кто проигрывает от перехода к такой политике?

Решение

Докажем сначала три вспомогательных утверждения.

Утверждение 1. Никогда нет смысла продавать энергию по ценам, отличным от 16 и 12. Действительно, если поставить цену из множества $P \in [0; 12) \cap (12; 16)$, то повышение цены не уменьшит спрос, то есть выручка увеличится без изменения издержек, а значит, увеличится прибыль.

Утверждение 2. Никогда нет смысла продавать более 1000 тыс. единиц продукции. Допустим, мы продали больше 1000 тыс. единиц продукции. Это значит, что мы продаем товар обоим покупателям и используем оба источника при производстве (собственное производство и закупки). Тогда, если мы продадим администрации на одну тыс. единиц меньше, отказавшись от закупки этой тысячи у фирмы «Электроник- A », то наша прибыль увеличится на 3.

Утверждение 3. Никогда нет смысла закупать электроэнергию у фирмы «Электроник- A ». Поскольку мы продаем не более 1000 тыс. единиц продукции, мы можем произвести их все самостоятельно, понеся издержки $TC(q) = 2000 + 10q$ тыс. руб. Если же мы будем закупать энергию в другом городе (сэкономив 2000 тыс. рублей, но заплатив больше за каждую единицу), то издержки составят $15q$ тыс. Нетрудно убедиться, что закупки извне оправданы только при $q \leq 400$, но это не может быть оптимальным объемом продаж, так как производственная фирма готова купить 500 единиц по цене 16, что превышает издержки в любом случае.

а) Поскольку готовность платить каждого покупателя не убывает по цене, нужно назначить каждому из них ту максимальную цену, которую он готов платить: производственной фирме $P_1 = 16$, а администрации $P_2 = 12$. При этом из доказанного выше следует, что мы должны произвести всю энергию сами и продать ее производственной фирме и администрации. Поскольку обе цены превышают предельные издержки, ясно, что нужно произвести так много энергии, как это возможно — 1000 тыс. единиц, и продать 500 тыс. из них по максимальной цене P_1 , а остальные — по цене P_2 . Прибыль, которую можно получить таким образом, равна $16 \times 500 + 12 \times 500 - 2000 - 10 \times 1000 = 2000$ тыс. руб.

б) Как было показано выше, есть смысл выбирать только из цен 12 и 16. При цене 12 мы сможем продать все 1000 тыс. единиц (и получим прибыль $12 \times 1000 - 2000 - 10 \times 1000 = 0$), а при цене 16 спрос будет равен 500 тыс. (и мы получим прибыль $16 \times 500 - 2000 - 10 \times 500 = 1000$ тыс. руб.). Значит, оптимальной ценой является 16, а максимальная прибыль равна 1000 тыс. руб.

Критерии

Решения, приводимые участниками, могут отличаться от приведенного выше (например, вряд ли стоит ждать от них предварительного доказательства приведенных утверждений), но проверяющий должен определить, какие необходимые шаги выполнены в решении, а какие нет.

Если в ходе решения участника приведено и доказано то, что выше называется *Утверждение 1*, он получает 3 балла.

Если в ходе решения участника приведено и доказано то, что выше называется *Утверждение 2*, он получает 10 баллов.

Если в ходе решения участника приведено и доказано то, что выше называется *Утверждение 3*, он получает 10 баллов.

а) Если посчитана верная прибыль, ставится 2 балла.

б) Расчет прибыли в каждом из случаев — 5 баллов
–1 балл за каждую арифметическую ошибку.

Сравнение прибылей и верный ответ стоит 5 баллов (которые участник не получит, если в результате арифметической ошибки результат сравнения поменялся).