

**Теория игр**–γ**Листок 2.** Последовательные взаимодействия**Преподаватели:** Никита Буханченко**Составитель:** Никита Буханченко**Дедлайн:** 11 августа 2023 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке.****Задача 1**

Рассмотрите следующие сюжеты, связанные с бесконечным взаимодействием и триггерными стратегиями:

а) На рынке со спросом $P^d(Q) = 96 - Q$ работает одна фирма с предельными издержками $MC(Q) = 2Q$. Государство понимает, что монополия имеет негативные эффекты. Поэтому оно играет с фирмой триггерные стратегии: пока фирма назначает цену, равную среднему арифметическому между монопольной и совершенно-конкурентной, государство никак не ограничивает ее возможности. Если же фирма назначила более высокую цену, государство издает закон о введении на рынке потолка цены, равного совершенно-конкурентной цене. На принятие закона требуется один период, когда рынок все еще никак не регулируется. Найдите все значения фактора дисконтирования $\delta \in (0; 1)$, при которых фирме выгодно отклониться.

б) На рынке взаимодействуют две фирмы с предельными издержками $MC_1(Q_1) = 2Q_1$ и $MC_2(Q_2) = 2Q_2$, а также нулевыми фиксированными издержками. Спрос на рынке задан функцией $P(Q) = 120 - Q$, где $Q = Q_1 + Q_2$. Фирмы играют триггерные стратегии: пока никто не отклонился, фирмы действуют как монополия, и делят прибыль пополам. Если же кто-то отклоняется, далее фирмы конкурируют по Курно. При каких значениях фактора дисконтирования $\delta \in (0, 1)$ ни одна из фирм не будет отклоняться от картельного сговора?

Задача 2

Фирмы «Собака Гейзенберга» и «Кот Шрёдингера» — единственные производители на рынке корма для домашних животных. Спрос на рынке задан линейной функцией $p = 1 - q_1 - q_2$, где q_i — выпуск соответствующей фирмы (будем считать первой фирму «Собака Гейзенберга»). Предельные издержки примем нулевыми. Взаимодействие на рынке происходит следующим образом: в 12 часов фирмы определяют свои выпуски и отсылают их по почте контрагенту для ознакомления. Однако, у фирмы «Кот Шрёдингера» несовершенный интернет, и с вероятностью $\frac{1}{2}$ он не позволяет ей отправить письмо вовремя. В таком случае, фирма «Кот Шрёдингера» отправит оппоненту свой выпуск q_2 в 12:05, то есть уже зная выпуск q_1 . «Собака Гейзенберга» знает об изъеме интернета «Кота Шрёдингера». Менять выпуски, после того как письма были отправлены, нельзя. Таким образом, стратегия «Собаки Гейзенберга» заключается в выборе единственного числа q_1 . А стратегия «Кота Шрёдингера» — в выборе числа q_2^C и функции $q_2^S(q_1)$ (на случай, если q_2^C отправлено не будет). Равновесием Нэша в такой игре назовем сочетание стратегий, при которых, узнав изначально о стратегии оппонента, фирмы не захотят менять собственную стратегию. Фирмы максимизируют ожидаемую прибыль. Найдите цену на рынке в равновесии.

Задача 3

На рынке курсов по экономике действуют две фирмы: первая и вторая. Спрос на этом рынке имеет вид $P = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 - Q$, где α_i — маркетинговые усилия i -ой фирмы. Экономические курсы требуют настолько малых затрат, что издержками на их проведение можно пренебречь. То есть, все затраты фирмы — это ее затраты на рекламу, которые составляют $TC_i = \alpha_i^2$.

а) Пусть сначала фирмы одновременно выбирают свои рекламные усилия и уже после этого одновременно выбирают производимое количество курсов. Найдите параметры равновесия.

б) Предположим теперь, что сначала первая фирма выбирает α_1 , затем вторая фирма выбирает α_2 , и уже после этого одновременно выбираются q_1 и q_2 . Найдите параметры нового равновесия.

Задача 4

На рынке анекдотов изначально действует единственная фирма-монополист НВК. Издержки НВК на производство $Q \geq 0$ анекдотов составляют Q^2 денежных единиц. Обратная функция рыночного спроса на анекдоты имеет вид $P^d(Q) = 120 - Q$. Неожиданно между участниками НВК разгорелся конфликт о сущности юмора как такового. В результате чего из фирмы НВК выделась новая — «Tragedy Club». Суд вселенского юмора обязал НВК построить для «Tragedy Club» новый завод по производству анекдотов, издержки которого имеют вид $TC(Q) = 1,5Q^2$ (исходный завод по изготовлению анекдотов остался у НВК). Также, суд выплатил компенсацию за судебные тяжбы в размере C денежных единиц. Но участникам «Tragedy Club» этого недостаточно, отчего они радуются, когда НВК получает маленькую прибыль. Таким образом, функция счастья фирмы «Tragedy Club» имеет вид $U = \pi_{TC} - \pi_{НВК} + C$, где π_{TC} - собственно прибыль «Tragedy Club», $\pi_{НВК}$ - прибыль НВК, C - компенсация суда за тяжбы. Если же «Tragedy Club» уходит с рынка, ее счастье становится равным нулю. Взаимодействие фирм на рынке выглядит следующим образом: сначала НВК назначает количество анекдотов, которое она будет продавать, затем это делает «Tragedy Club». После чего на рынке устанавливается соответствующая цена. НВК максимизирует прибыль, «Tragedy Club» — счастье. Какое количество анекдотов будет продаваться на рынке в зависимости от C ?

Задача 5

Многие последовательные игры могут быть решены в теории. Но, в силу экспоненциального роста возможных ветвлений игры, их невозможно абсолютно точно решить практически. Примером такой игры являются шахматы. Если предположить, что, в среднем, на каждом ходу у каждого игрока по 20 возможных действий, то уже через 30 ходов от начала игры, то есть после 15 ходов белых и 15 ходов черных, количество возможных вариантов развития событий на доске составляет порядка $20^{30} \approx 10^{39}$. Гигантское число! Ясно, что в таком случае шахматы не представляется возможным решить с конца, воспользовавшись методом обратной индукции. Тем не менее, лучшие из существующих подходов играют в шахматы значительно лучше человека, поскольку используют, в некотором смысле «аппроксимированное» решение шахмат с конца. Постарайтесь придумать, как могло бы выглядеть такое приближенное решение игры в развернутой форме с конца. Вы вольны вводить собственные непротиворечивые и реалистичные предположения.