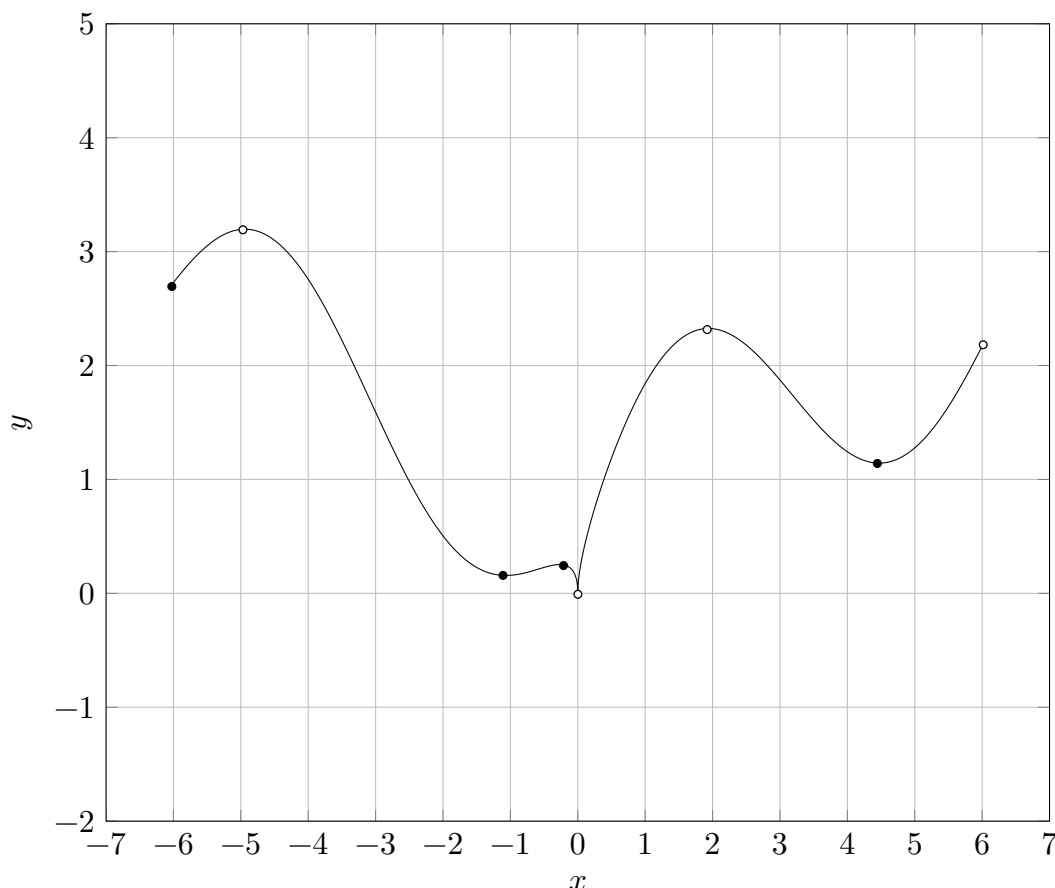


**Математика****Листок 1.** Экстремумы и оптимизация**Преподаватели:** Тимур Абдрахманов**Составитель:** Тимур Абдрахманов**Дедлайн:** 6 августа 2023 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **только по порядку**.**Задача 1**

Найдите на графике глобальные и локальные экстремумы функции, а также участки возрастания и убывания:

**Задача 2**

Нарисуйте эскизы графиков следующих функций и найдите их экстремумы, если они есть:

а)  $y = |x| + |x - 2| + 3|x - 5| + 10, x \in [-1; 7]$

б) \*  $y = \frac{1}{x^2-2} - \frac{1}{x^2-6}$

\* Задание вне зачета. Кто сделает, тот молодец :)

**Задача 3. Йота**

Автоконцерн Йота производит автомобили марки Турик. Ограничения мощности таковы, что объем производства  $Q \in [0; 20]$  (в шт.). Функция издержек задана как

$$TC = \begin{cases} 7Q, & Q \leq 10 \\ 12Q, & 10 < Q \leq 20 \end{cases}$$

Поэтому прибыль ( $Pr$ ) Йоты равна  $Pr = pQ - TC$ , где  $p$  – рыночная цена одного автомобиля.

- а) Найдите количество производимых Туриков в зависимости от цены.
- б) Нарисуйте график прибыли в зависимости от цены, если фирма максимизирует прибыль.

#### Задача 4. ИП «ООО» (продолжение)

Опилкова Ольга Олеговна производит  $Q$  килограмм опилок по цене  $P$  (в руб. за кг). Спрос выражается формулой  $Q = 20000 - P$ . Затраты на производство  $Q$  килограмм опилок составляют (руб.)

$$TC = \begin{cases} 6000Q + 4000000, & Q > 0 \\ 0, & Q = 0. \end{cases}$$

Кроме затрат на производство, Ольга Олеговна должна платить налог  $t$  рублей с каждой произведенной единицы товара. Поэтому прибыль с учетом всех затрат будет равна  $PQ - TC - tQ$ . Предприниматель максимизирует прибыль. Издан новый указ, по которому общая сумма налоговых сборов с одного предпринимателя не может превышать 20 млн рублей, но государство все так же максимизирует величину налоговых сборов.

- а) Какая будет прибыль Ольги Олеговны в зависимости от выбранного налога?
- б) Нарисуйте эскиз графика прибыли в зависимости от  $t$ .

#### Задача 5. Стеклотара

В маленьком сибирском городке фирма «Латка» производит волшебный эликсир. Затем она его продает по цене в 25 рублей за бутылку. В силу производственной технологии функция издержек имеет вид  $TC = \frac{10000}{50-Q}$ , где  $Q \in [0; 49]$  — объем выпускаемой продукции в бутылках. Фирма максимизирует прибыль.

- а) Найдите оптимальное количество бутылок, производимое фирмой, а также ее прибыль при оптимальном выпуске.
- б) Фирма приобрела новое оборудование, и теперь функция издержек задается уравнением  $\frac{10000}{a-Q}$ , где  $a > 0$ ,  $Q \in [0; a - 1]$ . Найдите параметр  $a$ , при котором прибыль фирмы составит 1500 рублей.