

**Теория игр****Листок дополнительный.** Олигополия Штакельберга**Преподаватели:****Составитель:** Степан Бронников**Дедлайн:** 17 августа 2023 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке.****Задача 1.** n -полия по Штакельбергу

Спрос на товар X описывается функцией $Q_d = a - P$. На рынке есть n продавцов с одинаковыми издержками, равными $TC_i = cq_i$ ($a \gg c$).

а) Найдите равновесие на рынке, если сначала выбирает объем продукции первая фирма, затем вторая и так далее до n -ого продавца.

б) Как изменится равновесие, если теперь все фирмы-последователи выбирают свои выпуски одновременно после лидера?

Задача 2. Налоговая политика

На некотором рынке обратная функция спроса имеет вид $P(Q) = 100 - Q$. На рынке действуют две фирмы-продавца. Лидер, имеющий функцию издержек: $TC(q_1) = q_1^2$. Фирма-последователь имеет функцию издержек $TC(q_2) = 2q_2^2$. Конкуренция на рынке происходит следующим образом: сначала фирма-лидер выбирает объем производства. Фирма-последователь наблюдает выбранный лидером объем и выбирает свой выпуск.

а) Найдите равновесие на рынке.

б) Государство решило ввести потоварный налог на одну из фирм в размере t . Какую фирму следует обложить налогом? Найдите, какую ставку установит государство, если хочет максимизировать налоговые поступления.

в) Решите предыдущий пункт, если теперь государство может ввести потоварный налог в размере t одновременно на обе фирмы.

Задача 3. Реклама

После введения налога на рынке из предыдущей задачи люди перестали покупать налогооблагаемый товар. Из-за чего со временем спрос упал до такого уровня, что обратная функция спроса приобрела вид: $P(Q) = 10 - Q$ (ничего себе падение!). Поэтому фирмы на рынке решили прибегнуть к рекламе своего товара. При внедрении рекламы обратная функция спроса меняется и становится следующей: $P(Q, a_1, a_2) = 10 + 2(a_1 + a_2) - Q$, где a_1, a_2 — уровни рекламных усилий первой и второй фирмы, соответственно. Со временем также фирмы научились производить товар дешевле и теперь первая фирма имеет издержки: $TC(q_1) = q_1$, вторая — $TC(q_2) = 2q_2$. На рекламу они также тратят средства в размере $C(a_1) = \frac{a_1^2}{2}$ — для первой фирмы и $C(a_2) = \frac{a_2^2}{2}$ — для второй.

а) Найдите равновесие (цену, объемы выпуска, прибыли фирм), если фирмы также конкурируют по Штакельбергу (первая фирма — лидер), но рекламные усилия каждой из фирм фиксированы на уровнях 5 и 7.

б) Можно заметить, что рекламные затраты у фирм также отличаются. И первая фирма тут вновь является лидером. Найдите равновесие, если конкуренция происходит следующим образом: сначала фирма-лидер выбирает объем рекламных усилий. Затем фирма-последователь, наблюдая уровень рекламных усилий фирмы-лидера выбирает свой уровень. А затем происходит то же самое взаимодействие относительно количества выпускаемого товара (по сути это две последовательных конкуренции по Штакельбергу).

Задача 4. Уклонение от налогов

Монополист на рынке творожных сырков имеет функцию издержек $TC = \frac{1}{2}Q$. Спрос на этом рынке имеет вид $Q_d = 1 - P$. Государство планирует ввести процентный налог на выручку монополиста в размере $t \in [0; 1]$. Однако у монополиста есть возможность избежать налогообложения. Если рынок перестанет быть монопольным, то налог перестанет взиматься. Фирма-монополист решила открыть фирму-пустышку, с которой будет конкурировать по Штакельбергу. Издержки фирмы-пустышки идентичны издержкам фирмы-монополиста. Вся заработанную прибыль фирмы-пустышки фирма-монополист забирает себе. Постройте график функции равновесной рыночной цены в зависимости от налоговой доли t .

Задача 5. Бюджетный федерализм

Монополист, обратная функция спроса на продукцию которого имеет вид $P = 140 - 2Q$, работает по такой технологии, что для производства единицы продукции необходимы две единицы труда. Труд нанимается на конкурентном рынке по ставке заработной платы 10 д.е. С каждой проданной единицы фирма должна отчислять f д.е. в государственный бюджет — это федеральный налог. Кроме того, с каждой нанятой единицы труда фирма должна отчислять r д.е. — это региональный налог, взимаемый местными властями. Выбирая ставки налогов, власти обоих уровней стараются получить побольше поступлений в бюджет своего уровня.

а) Пусть сначала свою ставку называют федеральные власти, а затем — региональные. После этого фирма выбирает объем производства. Какие будут ставки налогов?

б) Ответьте на вопрос предыдущего пункта, если, наоборот, сначала свою ставку называют региональные власти, а затем — федеральные.

в) Что можно сказать о ставках налогов в случае, если бы власти обоих уровней принимали решения об их уровне согласованно, максимизируя суммарные налоговые поступления в оба бюджета?

(Заключительный этап ВсОШ-2016)