

**Теория игр-α****Листок 1.** Одновременные игры**Преподаватели:** Данил Фёдоровых**Составитель:** Дарья Табашникова**Дедлайн:** 11 августа 2023 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **только по порядку**.

В задачах в этом листке рассматриваются только равновесия в чистых стратегиях.

Задача 1

В Зеленой лощине живут два фермера Томас Линд и Мэтью Катберт. И у каждого есть амбар с зерном, заготовленным на зиму. За зиму мыши съедают зерна на сумму 100 канадских долларов. Для того, чтобы защититься от мышей, каждый фермер может завести кота. Сам кот и затраты на него обходятся в 60 канадских долларов. К сожалению, по законам провинции нельзя иметь более одного кота.

Каждый кот (неважно чей) спасает каждого фермера ровно от половины ущерба. Если оба фермера завели котиков, то все мыши будут истреблены. И зерно не будет испорчено ни в одном из амбаров. К сожалению, Томас и Мэтью заклятые враги. Они не общаются и никогда не будут действовать сообща.

Чем закончится эта история и сколько котиков будет в Зеленой лощине?

Задача 2

В ходе развода адвокат предложил мужу и жене разделить имущество стоимостью 1 миллион рублей следующим образом: каждый из супругов должен написать заявление, в котором будет указана доля имущества, на которую он или она претендует. Если сумма долей будет меньше или равна 1, то каждый получает ту долю, что указал. Оставшаяся часть уходит на оплату услуг адвоката. Если же сумма долей будет больше 1, то супруги ничего не получают, а всё имущество уходит адвокату. Предположим, что супруги рациональны и не могут отказаться от такого предложения. Так как иначе их ждут мучительные судебные тяжбы, которые причиняют моральный и материальный ущерб каждому из супругов в размере более 1 миллиона рублей.

- а) Кто игроки в этой игре? Какие у них есть стратегии? Какие выигрыши они получают?
- б) Найдите равновесия Нэша в этой игре.
- в) Являются ли равновесия Нэша в этой игре Парето-оптимальными? Почему?

Задача 3

Два друга Аркадий и Борис всегда ездили вместе на рыбалку. Но накануне очередной поездки они поссорились и решили больше не общаться. Поэтому теперь каждый рыбак самостоятельно решает, он поедет рыбачить на озеро или на реку. Известно, что в озере можно выловить 4 кг рыбы, а в реке — $X > 4$ кг. Если оба рыбака выбрали одну локацию, то каждый получает половину рыбы от того количества, что можно выловить.

- а) Формализуйте игру в виде матрицы, указав игроков, их стратегии и выигрыши.
- б) Найдите равновесие Нэша для всех X .
- в) Если $X = 10$, то какая ситуация является Парето-оптимальной?

Задача 4

Витя попадает в страну невыученных уроков, в которой обитают местные жители: хулиганы и паиньки. Хулиганы всегда решают вопросы силой. Паиньки же всегда рациональны, то есть максимизируют свой выигрыш. При этом внешне отличить хулиганов от паинек невозможно. Каждый раз, встречая местного жителя, Витя играет с ним в следующую игру:

	Решить вопрос силой	Поступить благоразумно
Решить вопрос силой	−2; −2	1; −1
Поступить благоразумно	−1; 1	0; 0

Витя на своем пути встретил Пашу, который является паинькой. Витя знает, что Паша паинька. Паша знает, что Витя рационален. Но Витя считает, что Паша принял его за хулигана. Паша знает о том, что Витя ошибается. Чем закончится игра?

Задача 5

Две сестры, Алина и Белла, решили рисовать портреты на заказ. В ходе обсуждения бизнес-плана они сильно поссорились, поэтому решили работать отдельно. Кроме того, они устроили соревнование, кто больше денег сможет заработать. Прибыль Алины можно записать так $\Pi_a = (600 - 10q_a - 10q_b)q_a$, где q_a — количество портретов, которые решит нарисовать Алина, а q_b — Белла. Девочки одинаково хороши в рисовании, поэтому прибыль Беллы выглядит так $\Pi_b = (600 - 10q_a - 10q_b)q_b$.

а) Как вы думаете, почему чем больше Белла будет рисовать портретов, тем доход Анны будет меньше?

б) Найдите, сколько портретов нарисует каждая девочка, если они делают выбор одновременно. Какую прибыль получит каждая?

в) Если девочки смогут помириться и работать вместе, смогут ли они увеличить общую прибыль? Считайте, что теперь они выбирают только общее количество. Найдите, какую прибыль они получат. Объясните получившийся результат интуитивно.