



Теория игр – все группы

Листок дополнительный. Олигополия Курно

Преподаватели:

Составитель: Яна Коротова

Дедлайн: 17 августа 2023 года, 21:00 МСК

Задачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке**.

Задача 1. База

Торговлей пончиков занимается две фирмы — Альфа и Бета. Функции издержек этих фирм равны $TC_1(q_1)$ и $TC_2(q_2)$ соответственно, где q_1 — количество пончиков, производимых фирмой Альфа, q_2 — количество пончиков, производимых фирмой Бета. Фирмы принимают решение о количестве производимой продукции одновременно и независимо друг от друга. Пончиками питается единственный потребитель с обратной функцией спроса $P = 24 - Q$, где $Q = q_1 + q_2$ — количество потребленных пончиков.

- а) $TC_1(q_1) = 3q_1$, $TC_2(q_2) = 3q_2$. Найдите равновесные цену, q_1 и q_2 .
 б) $TC_1(q_1) = 0.5q_1^2$, $TC_2(q_2) = 17q_2$. Найдите равновесные цену, q_1 и q_2 .

Задача 2. Бесценная классика

Торговлей пончиков занимается две фирмы — Альфа и Бета. Функции издержек этих фирм равны $TC_1(q_1) = 5q_1$ и $TC_2(q_2) = 4q_2$ соответственно, где q_1 — количество пончиков, производимых фирмой Альфа, q_2 — количество пончиков, производимых фирмой Бета. Фирмы принимают решение о количестве производимой продукции одновременно и независимо друг от друга. Пончиками питается единственный потребитель с обратной функцией спроса $P = 24 - Q$, где $Q = q_1 + q_2$ — количество потребленных пончиков.

- а) Аналитики фирмы Альфа выяснили, что фирма Бета должна производить $q_2 = 15$ пончиков. Сколько пончиков произведет фирма Альфа, если она верит своим аналитикам?
 б) Информация, полученная аналитиками в предыдущем пункте, была уловкой фирмы Бета. Сколько пончиков произведет фирма Бета, если она знает, что фирма Альфа поверила в уловку?
 в) Менеджеры фирмы Альфа узнали про уловку. Сколько пончиков произведет фирма Альфа, если она уверена, что фирма Бета не знает про раскрытие уловки?
 г) Изобразите на графиках кривых реакций происходящее в пунктах а)-в). К чему придут фирмы, если описанное будет происходить до бесконечности (фирма Альфа знает, что фирма Бета знает, что фирма Альфа знает...).

Задача 3. Мега-пончик

Продолжим рассматривать рынок пончиков из задачи 2 (спрос и фирмы остаются теми же).

- а) Найдите равновесие на рынке (q_1 , q_2 и цену) и прибыли фирм.
 б) Фирмы Альфа и Бета решают объединиться и продавать пончики как монополист, а прибыль делить пополам. Чему будет равна функция общих издержек объединенной фирмы? Сколько пончиков будет произведено и продано? Сколько пончиков производит каждая из фирм внутри союза? Увеличилась ли прибыль каждой из фирм (выгодно ли фирмам объединяться)?
 в) Предположим, издержки фирм иные: $TC_1(q_1) = 0.5q_1^2$, $TC_2(q_2) = 8q_2$. Чему будет равна функция общих издержек объединенной фирмы? Сколько пончиков будет произведено и продано? Сколько пончиков производит каждая из фирм внутри союза? Увеличилась ли прибыль каждой из фирм (выгодно ли фирмам объединяться)?
 г) Если фирмы могут перераспределять прибыль иначе (не поровну), смогут ли они договориться и в выгодном взаимодействии для обеих?

Задача 4

Продолжим рассматривать рынок пончиков, однако дополним нашу историю поставщиками теста. Предположим, что тесто производят и продают две фирмы — Гамма и Дельта. Издержки фирмы Гамма при производстве m_1 килограммов теста равны $\frac{9}{2}m_1$, издержки фирмы Дельта при производстве m_2 килограммов теста равны $3m_2$. Фирмы принимают решение о количестве производимого теста одновременно и независимо. Обозначим цену килограмма теста как r . Фирмы, производящие пончики, не имеют других издержек, кроме трат на покупку теста. Никто кроме фирм Альфа и Бета не покупает тесто. Фирмы принимают решение о количестве производимых пончиков одновременно и независимо. Фирмы взаимодействуют следующим образом:

1. Фирмы Гамма и Дельта решают, сколько теста произвести и по какой цене r продать;
2. Фирмы Альфа и Бета решают, сколько теста им купить и сколько пончиков произвести.

Спрос на пончики равен $P = 24 - Q$.

а) Определите, сколько пончиков будут производить фирмы в зависимости от закупочной цены теста r .

б) Найдите равновесную цену теста, количество и цену пончиков.

Задача 5

Фирмы Альфа и Бета (и только они) решили продавать огуречное варенье на фестивале огурцов в городе С. Издержки фирм Альфа и Бета равны $TC_1(q_1) = 4q_1$ и $TC_2(q_2) = q_2 + 2$ соответственно, где q_1 и q_2 — объем производства огуречного варенья в килограммах. Фестиваль длится два дня, и обратная функция дневного спроса на варенье равна $P^d = 10 - Q$, где $Q = q_1 + q_2$ — потребление варенья в килограммах.

Фирмы производят всё варенье в первый день. А чтобы продавать варенье во второй день, нужно его оставить на специальном складе фестиваля. Стоимость хранения 1 килограмма варенья равна 1 золотой монете. Взаимодействие устроено следующим образом:

1. Фирмы оплачивают место на складе в первом периоде;
2. Фирмы решают, сколько варенья произвести и сколько варенья продать в каждом периоде.

Введем также фактор дисконтирования $d \in (0; 1)$, потому что даже на идеальном складе варенье за ночь состарится и будет не таким свежим и вкусным. Это значит, что во второй день потребители готовы заплатить за килограмм варенья в d раз меньше.

а) Найдите равновесие, если фестиваль длится один день. Вычислите прибыль фирм.

б) Найдите равновесие в зависимости от параметра d , если фестиваль длится два дня. Вычислите прибыль фирм. Выигрывают ли обе фирмы от продажи варенья в оба дня?