

**Математика**

Листок 1. Функция и ее график. Понятие линейной и квадратичной функции

Преподаватели: Ирина Зороастрова, Александр Метляхин, Андрей Воронин

Составитель: Ирина Зороастрова

Дедлайн: 6 августа 2023 года, 21:00 МСК

Задачи в этом листке можно сдавать **только по порядку**.

Задача 1

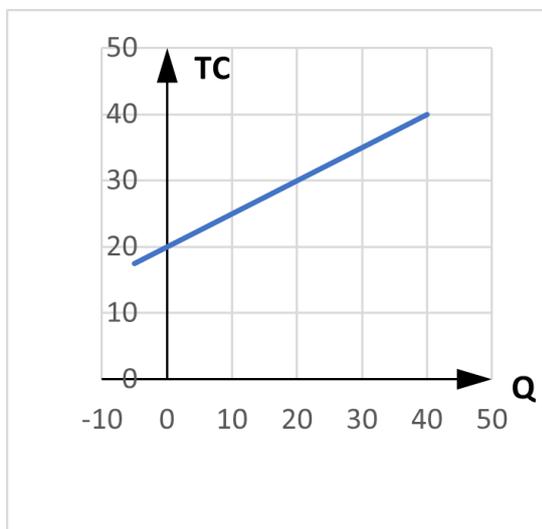
Олечке подарили 600 рублей, которые она собирается потратить на карамельки и мороженое. Карамельки стоят 300 руб. за кг, а мороженое 800 руб. за кг. Оба продукта продаются на вес и могут быть отмерены и проданы с любой степенью точности.

а) Какая функция описывает все комбинации карамелек (x) и мороженого (y) при условии, что сумма подарка истрачена полностью? Запишите 3 варианта функций: неявную, $y(x)$, $x(y)$;

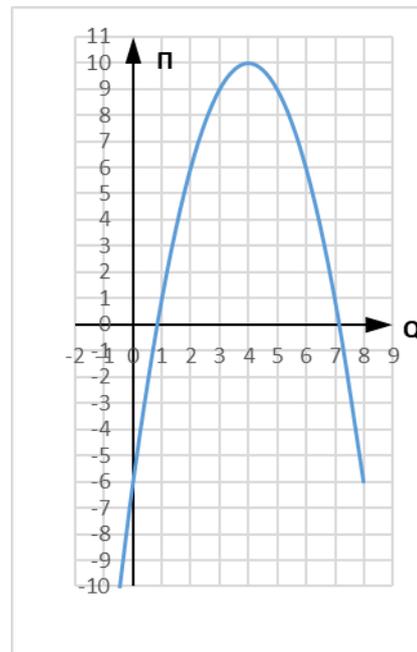
б) Покажите графически множество всех доступных Олечке комбинаций карамелек (x) и мороженого (y).

Задача 2

Запишите уравнения функций, используя правила геометрических преобразований графиков



а)



б)

Задача 3

Гигабивень решил заработать на продаже своих 3-D изображений. Для изготовления каждой фигурки нужны 3 компонента: 1) вода (200 г), 2) светящийся порошок (10 г), 3) полимерный материал (100 г). Воду Гигабивень может использовать бесплатно в любых количествах, потому что за ее подключение он уже заплатил 50 монет. Цена за 10 г светящегося порошка составляет 10 монет, а цена за 100 г полимерного материала — 15 монет.

а) Покажите графически, как затраты на каждый компонент C_i (где i — обозначение номера компонента) зависят от количества произведенных фигурок Q . (Подсказка: количество фигурок

Q откладываете по горизонтальной оси, а расходы C_i на каждый компонент — по вертикальной. Каждую зависимость рисуйте на отдельном графике).

б) Перенесите все 3 линии на один график. Используя графическое сложение, покажите зависимость суммарных затрат от количества произведенных фигурок.

в) (дополнительный - вне зачета *) Как изменится график, если Гигабивень может не платить за воду до начала выпуска фигурок? (Считайте, что количество фигурок может выражаться нецелыми значениями).

Задача 4

О функции дневного рыночного спроса на мороженое в магазине «Сладкое удовольствие» известна следующая информация: 1) функция $Q_d(P)$ линейна (P — цена за 1 мороженое в руб., Q_d — количество мороженого, которые покупатели готовы купить, в шт.); 2) при цене 50 рублей покупатели готовы приобрести 25 штук, а при цене 70 рублей — только 15 штук. Определите:

а) Уравнение функции дневного рыночного спроса на мороженое $Q_d(P)$.

б) Сколько штук мороженого за день готовы купить в магазине «Сладкое удовольствие» при цене 20 руб.?

в) При каких значениях цен покупатели не будут покупать мороженое? (Пояснение: покупатели всегда хотят приобрести неотрицательное количество товара).

г) Обратную функцию дневного спроса на мороженое $P(Q)$.

д) Нарисуйте полученную функцию в осях P — по вертикали, Q — по горизонтали.

Задача 5

Андрей — стажер на небольшом производственном предприятии ZAVODiK. Когда его попросили проанализировать зависимость издержек ZAVODiK от объема выпущенной продукции, Андрей представил следующие заключения:

1. затраты ZAVODiK отлично описываются квадратичной функцией $C(Q)$, где Q — объем выпуска в тыс.шт., C — сумма затрат предприятия в ден.ед.;
2. полученная функция такова, что если бы выпуск ZAVODiK мог быть отрицательным и равным (-1 тыс.шт.), то затраты предприятия достигали бы своего наименьшего значения 50 ден.ед.;
3. при отклонении значения выпуска на 2 тыс.шт. вправо или влево от (-1 тыс. шт.) величина издержек выросла бы на 2 ден.ед.

а) Постройте график функции, найденной Андреем.

б) Запишите ее уравнение.

в) Объясните, исходя из экономического смысла, каковы область определения и область значений полученной функции?