Уравнения
и
Системы уравнений

5 августа 2023

Линейное уравнение

$$5x - 20 = 0$$

$$10x - 2 = 8x + 12$$

Пример: рыночное равновесие

- Функция спроса:

$$Qd = 100 - 2P$$

- Функция предложения:

$$Qs = -20 + 4P$$

При какой цене покупатели захотят купить ровно столько, сколько захотят продать продавцы?

Система линейных уравнений

Решение:

- Методом подстановки
- Сложение/вычитание уравнений

Пример: уравнение прямой по 2-м точкам

- Известно, что функция спроса **линейна**.
- При цене, равной **10** ден.ед., покупатели готовы приобрести **80** единиц товара
- Если цена увеличится до **20** ден.ед., то покупатели захотят купить только **60** ед. товара.

Найдем функцию спроса вида **Qd = a – bP**

Оптимизация линейной функции

У линейной функции:

- **нет** максимума или минимума

НО

- **есть** **наибольшее** и **наименьшее значения** на заданном интервале – см. **значения на концах интервала**

Квадратное уравнение

- В общем виде $ax^2 + bx + c = 0$
- Или в любом другом, который можно преобразовать к данному виду

Решение

- Через дискриминант
- По теореме Виета

Квадратное уравнение: дискриминант

Дискриминант D = b^2 – 4ac

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- D > 0 2 корня
- D = 0 1 корень, т.е. вершина параболы
- D < 0 корней нет

Каким графикам соответствуют эти случаи?

Квадратное уравнение: теорема Виета

- **p** и **q** – целочисленные коэффициенты

Теорема Виета:

Рассмотрим **приведенное квадратное уравнение** вида $x^2 + px + q = 0$. Предположим, что это уравнение имеет действительные корни **x1** и **x2**. В этом случае верны следующие утверждения:

1) $x_1 + x_2 = -p$

2) $x_1 \cdot x_2 = q$

Оптимизация квадратичной функции (1)

- Если **вершина параболы** находится **в рассматриваемом интервале**

Точка минимума или максимума - вершина параболы
От чего это зависит?

Фирма заинтересована в максимизации прибыли. Объем выпуска **неограничен**. Зависимость прибыли от выпуска:

$$П = -2Q^2 + 50Q - 300$$

Найдем оптимальный выпуск фирмы

Оптимизация квадратичной функции (2)

- Если интервал ограничен и **рассматривается 1 ветвь параболы**

Наибольшее или наименьшее значение – на концах интервала

Фирма заинтересована в максимизации прибыли. Объем выпуска может быть **не более 10 ед**. Зависимость прибыли от выпуска:

$$П = -2Q^2 + 50Q - 300$$

Найдем оптимальный выпуск фирмы

Оптимизация квадратичной функции (3)

- Если функция **зависит от нескольких переменных**

Возможно, функцию можно рассмотреть как **сумму независимых парабол**

Фирма выпускает 2 товара в объемах **x** и **y**, она заинтересована в максимизации прибыли. Объем выпуска каждого товара **неограничен**. Зависимость прибыли от выпуска **x** и **y** :

$$П = (20-x)x + (22-y)y – 2(x+y) – 11$$

Найдем оптимальные выпуски товаров x и y

Спасибо за внимание !

Листок №2: Уравнения,
системы уравнений и оптимизация
Дедлайн: 06.08